

Serie Exponencial de Fourier en Tiempo Continuo

Este documento busca servir de ayuda para asentar conceptos teóricos vinculados a cuestiones prácticas.

Será una charla sobre las preguntas del ejercicio n°1.

¿Qué representa físicamente el espectro de una señal?

Bien, como les comenté en clase, el espectro de una señal es una herramienta que podemos utilizar para ver en qué manera se encuentra distribuida la energía de dicha señal en función de la frecuencia. Quizá todos hayamos escuchado hablar de un “sonido grave”, o un “ruido muy agudo” y esto no es más que una forma de bajar al lenguaje común el espectro de dichos sonidos. Un sonido grave, por citar un ejemplo, es una señal que concentra su mayor energía en las bajas frecuencias audibles, es decir, si pudiéramos ver su espectro utilizando los coeficientes de la Serie de Fourier de Tiempo Continuo (SFTC), los coeficientes de mayor amplitud estarán todos en el rango de frecuencias que para nuestro oído es baja. Por el contrario, si analizamos la SFTC de una señal aguda, sus coeficientes más importantes estarán dispersos por el rango de frecuencias que para nosotros es agudo. En resumen, graficar el espectro de una señal nos permite “ver” la distribución de energía en el dominio de la frecuencia, y obtener datos imposibles de captar en el dominio del tiempo. A continuación les muestro algunos ejemplos de visualización de espectros en la vida real:

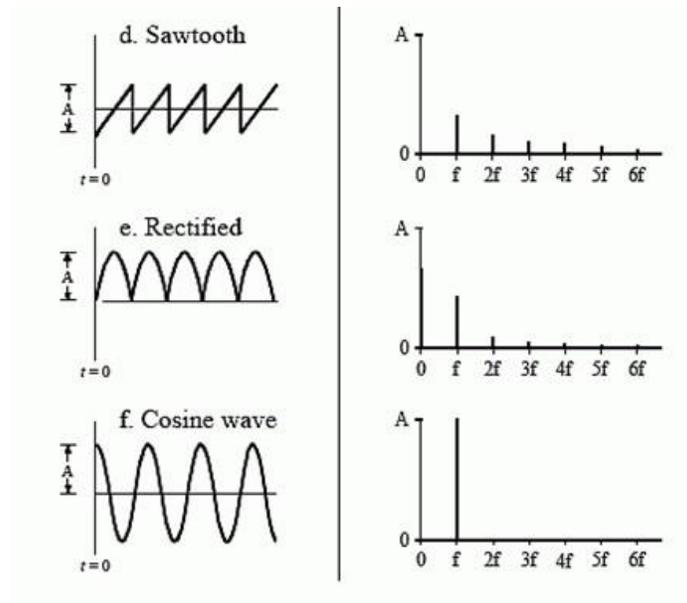


Figura 1: Señales en el tiempo vs. Espectro de coeficientes de la SFTC (obtenido de <https://slideplayer.com/slide/10102396/>)

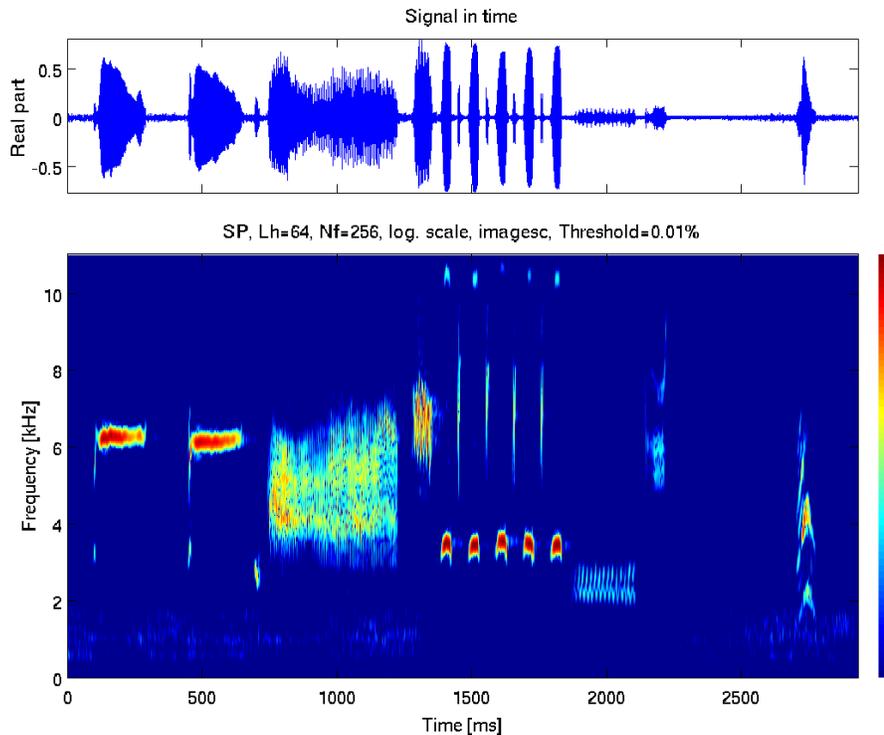


Figura 2: Espectrograma de una señal en el tiempo (obtenido de <http://tftb.nongnu.org/demos.html>)

Deténgase en esta última gráfica y trate de analizarla. Los espectros de señales se calculan usando varias herramientas matemáticas que se verán en la materia, como la Transformada de Fourier y la FFT, además de los coeficientes de la SFTC. Ahora que conoce que es un espectro y como se grafica ¿Vio en algún lugar estas gráficas y no sabía de qué se trataban? ¿Puede citar ejemplos en donde se utilice la visualización espectral como herramienta?

¿Qué es el ancho de banda de una señal?

El ancho de banda está muy relacionado con el punto anterior, y podemos definirlo como el rango de frecuencias en donde está concentrada la mayor energía de la señal, y en términos de la SFTC, es donde están los coeficientes de la SFTC más importantes. El rango de frecuencias en donde esto ocurre, lo vamos a definir como ancho de banda.

¿Cómo se relaciona el ancho de banda con los Coeficientes de la Serie de Fourier?

Los coeficientes de la serie de Fourier representan cada uno una frecuencia (recuerden que cada coeficiente viene asociado a una senoidal) entonces, cuanto más coeficientes tenga la SFTC, y estos

coeficientes tengan una amplitud suficiente para caer dentro del “ancho de banda”, mayor será este ancho de banda. Por el contrario, si la señal que analizamos tiene muy pocos coeficientes, o la amplitud de algunos de los coeficientes es muy pequeña, el ancho de banda será menor, pues la señal puede ser descompuesta con pocas senoidales principales.

¿Qué determina que una señal tenga infinitos coeficientes de Fourier?

Hay señales en el dominio del tiempo que pueden representarse con pocos coeficientes de la SFTC o bien, con infinitos. Esto dependerá de la dinámica de la señal y, nuevamente, su ancho de banda. Si la señal tiene un ancho de banda muy grande, probablemente tenga muchos coeficientes. Una señal cuadrada es el ejemplo clásico, en donde los vértices de 90° de la onda cuadrada generan componentes de muy alta frecuencia, que al representarlos por SFTC se necesita infinitos componentes. La pregunta es ¿Aún con infinitos componentes, se obtiene una onda cuadrada exactamente igual? ¿Qué sabe del fenómeno de Gibbs?

De dos ejemplos de señales de tiempo continuo que tengan el menor ancho de banda que pueda existir y explique textualmente por qué eligió dichas señales.

En función a lo visto en teoría, ¿Qué pasa si le calcula la SFTC a una señal senoidal pura? ¿Cuántos coeficientes obtiene? En este caso, ¿el ancho de banda de la señal cómo es? ¿Pequeño o infinito? Dejo en ustedes el análisis de por qué ocurre esto, y grafiquen el espectro de una señal senoidal y cosenoidal, separando en gráficas de módulo y fase.