

**Señales y Sistemas 2024****Trabajo Práctico N°3 - Serie Exponencial de Fourier Tiempo Continuo**

1. Responda utilizando sus palabras las siguientes preguntas:

- ¿Qué representa físicamente el espectro de una señal?
  - ¿Qué es el ancho de banda de una señal?
  - ¿Cómo se relaciona el ancho de banda con los Coeficientes de la Serie de Fourier?
  - ¿Qué determina que una señal tenga infinitos coeficientes de Fourier?
  - De dos ejemplos de señales de tiempo continuo que tengan el menor ancho de banda que pueda existir y explique textualmente por qué eligió dichas señales. Grafique el espectro de ambas señales.
2. Obtener la expansión en Serie Exponencial de Fourier (SEF) de la función periódica  $f(t)$  de período  $2\pi$  definida por:

$$f(t) = t \quad (0 < t < 2\pi)$$

$$\text{Rta: } f(t) = \pi - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} (\sin nt)$$

3. Obtener la expansión en SEF de la función periódica  $f(t)$  de período  $2\pi$  definida por  $f(t) = t^2 + t \quad (-\pi < t < \pi)$ .

$$\text{Rta: } f(t) = \frac{1}{3} \pi^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2} (-1)^n \cos nt - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} (-1)^n \sin nt$$

4. Una función periódica con período  $2\pi$  está definida dentro del intervalo de la siguiente manera:

$$f(t) = \begin{cases} -1 & (-\pi < t < 0) \\ 1 & (0 < t < \pi) \end{cases}$$

Dibuje la gráfica de la función y halle la expansión en SEF definiendo en forma cerrada los coeficientes  $c_n$ .

$$\text{Rta: } f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)t}{2n-1}$$

5. Una función periódica con período  $2\pi$  está definida dentro del intervalo de la siguiente manera:

$$f(t) = t^2 \quad (-\pi < t < \pi)$$

Dibuje la gráfica de la función y halle la expansión en SEF definiendo en forma cerrada los coeficientes  $c_n$ .

$$\text{Rta: } f(t) = \frac{1}{3}\pi^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nt$$

6. Obtener la expansión en SEF de la onda seno rectificada:

$$f(t) = |\sin t|$$

$$\text{Rta: } f(t) = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} \cos 2nt$$

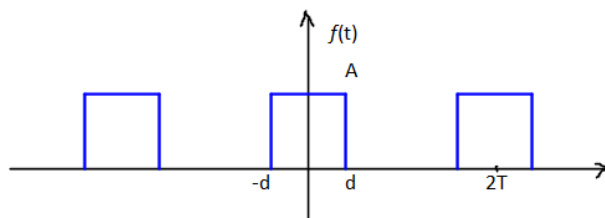
7. Aplique el teorema de Parseval a la función  $f(t) = t$  ( $-\pi < t < \pi$ ) y demuestre que:

$$\frac{\pi^2}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

8. Dibuje los espectros de magnitud y fase de la función periódica  $f(t) = \frac{2t}{T}$  ( $0 < t < 2T$ ) tomando los coeficientes de la SEF.

$$\text{Rta: } \left\{ \begin{array}{l} C_0 = 2 \\ C_n = \frac{j2}{n\pi} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |C_n| = \frac{2}{n\pi} \\ \angle C_n = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & n > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & n < 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

9. Para el tren infinito periódico de pulsos rectangulares idénticos de magnitud  $A$  centrado en el origen y período  $2T$  con duración en alto  $2d$ :

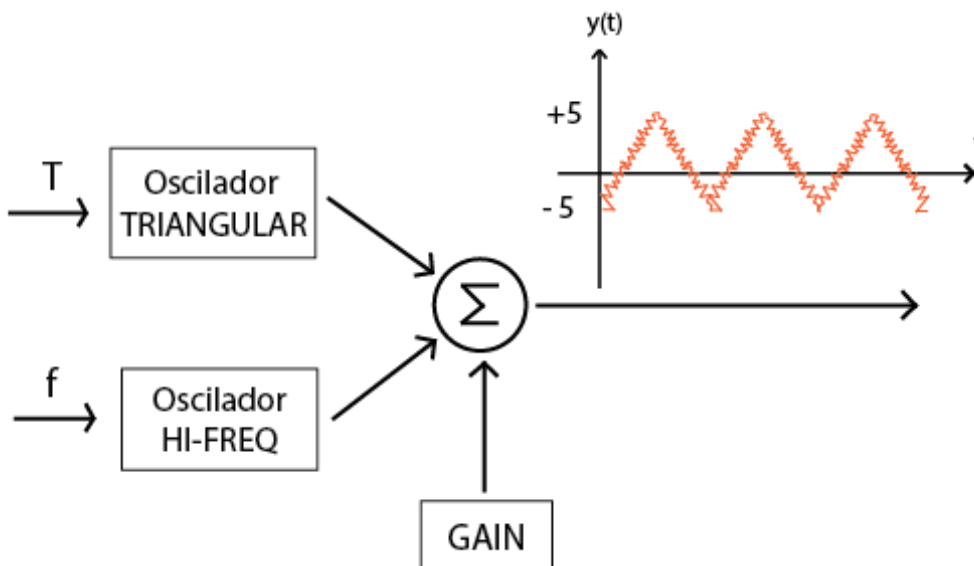


- Determine la forma compleja de la expansión en serie de Fourier.
- Dibuje el espectro en el caso particular de  $d=1/10$  y  $T=1/2$ .
- Determine el porcentaje de la potencia total contenido dentro de la banda de frecuencia hasta el primer cruce por cero del espectro de magnitud.

Rta:  $f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{Ad}{T} \text{senc}\left(\frac{n\pi d}{T}\right) e^{jn\pi/T}$  El cruce por cero es a  $10\pi \text{ rad/s}$

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= c_0^2 + 2(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 + c_4^2) \\ C_n &= \frac{A}{5} \text{senc}\left(\frac{n\pi}{5}\right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_1 \approx 90,76\% P$$

10. En un sistema de síntesis musical, el sonido producido por un oscilador de onda triangular, un oscilador de alta frecuencia y una ganancia “GAIN”, que en su conjunto generan una señal oscilatoria configurable y de tiempo continuo que es transferida a los parlantes luego de un proceso de acoplado y adecuación de la señal. El sistema completo se esquematiza en la siguiente figura:



El sistema permite 3 parámetros de entrada, que son, el periodo “T” del generador de onda triangular, la frecuencia de las componentes de alta frecuencia y la ganancia que determina el offset de la señal resultante. Suponiendo que el compositor ingresa  $T=0,0005$ ,  $f=17\text{Khz}$  y  $\text{GAIN}=5$ , se pide:

- Obtener matemáticamente el espectro de la señal  $y(t)$  entre los 0 Hz y los 10Khz y graficar su espectro de módulo.
- ¿Cuál es el armónico que aporta mayor potencia de toda la señal, y cuánto vale?
- ¿Qué efecto produce el parámetro “GAIN” en la señal que ingresa al parlante?