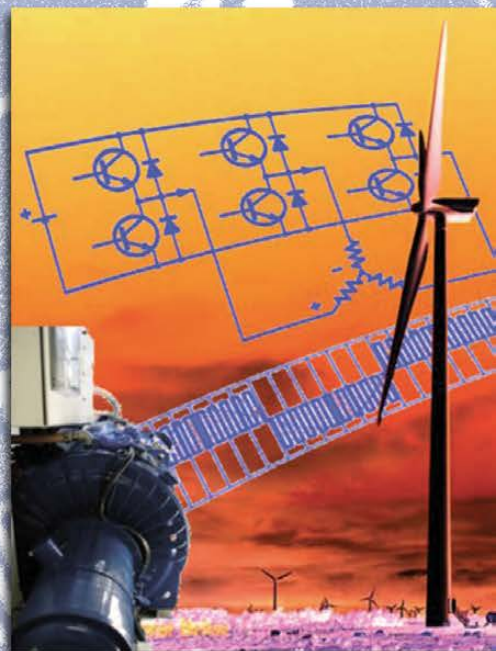




# Electrónica Industrial: Problemas resueltos

Julio Gomis-Tena Dolz  
Emilio Figueres Amorós  
Gabriel Garcerá Sanfelú

**EDITORIAL  
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA**





Julio Gomis-Tena Dolz  
Emilio Figueres Amorós  
Gabriel Garcerá Sanfelú

# **Electrónica industrial**

## **Problemas resueltos**

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Gomis-Tena Dolz, Julio; Figueres Amorós, Emilio; Garcerá Sanfelú, Gabriel (2019). *Electrónica industrial. Problemas resueltos*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

©Julio Gomis-Tena Dolz  
Emilio Figueres Amorós  
Gabriel Garcerá Sanfelú

© 2019, Editorial Universitat Politècnica de València  
Venta: [www.lalibreria.upv.es](http://www.lalibreria.upv.es) / Ref.:6545\_01\_01\_01

ISBN: 978-84-9705-732-5

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

## **PRÓLOGO**

El presente libro es una recopilación de problemas de examen de las asignaturas “Electrónica Industrial” de las titulaciones de Ingeniero Industrial (I.I.) e Ingeniero en Automática y Electrónica Industrial (I.A.E.I.) que se imparten en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales de la Universidad Politécnica de Valencia. Ambas asignaturas, a pesar de compartir nombre, tienen ciertas diferencias en cuanto al enfoque y duración (en el caso de la titulación de I.I. el enfoque es más general y para el caso de la asignatura de la titulación de I.A.E.I. la duración es mayor y se hace más énfasis en los aspectos particulares que demanda una formación más especialista). A pesar de ello, ambas asignaturas comparten un programa similar en cuanto a contenidos y esto tiene su reflejo en los problemas de examen. Es por eso que los autores han considerado de interés agrupar los problemas de ambas asignaturas en un único libro ganando, de esta manera, perspectiva y generalidad.

Debemos expresar nuestro agradecimiento a aquellos compañeros que habiendo compartido la asignatura durante varios cursos, nos han permitido adjuntar sus problemas de examen al presente libro. Nos referimos a D. Enrique Guijarro, D. José Luís Martínez, D. Javier Sáiz y D. Jesús Sandía, sin su cortesía algunos de los problemas más interesantes no aparecerían en este libro. Si se busca una secuencia correlativa a lo largo de los cursos se comprueba que aparecen algunas “lagunas”; lo que sucede es que a lo largo de los cursos algunos problemas coinciden entre diferentes convocatorias y como es lógico no se han repetido en el presente libro. Entendemos que un problema resuelto ayuda a clarificar conceptos y siguiendo dicho objetivo deseamos que el actual libro sea de utilidad a la hora de preparar y comprender la asignatura.

**LOS AUTORES**



# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1. COLECCIÓN DE PROBLEMAS DE EXAMEN.....</b>	<b>7</b>
1999. SEPTIEMBRE. P1 – I.A.E.I.....	7
1999. SEPTIEMBRE. P2 – I.A.E.I. ....	10
2000. JUNIO. P1 – I.A.E.I.....	14
2000. JUNIO. P2 – I.A.E.I.....	18
2000. SEPTIEMBRE. P1 – I.A.E.I.....	21
2000. SEPTIEMBRE. P2 – I.A.E.I.....	23
2001. JUNIO. P1 – I.A.E.I.....	27
2001. JUNIO. P2 – I.A.E.I.....	31
2001. SEPTIEMBRE. P1 – I.A.E.I.....	33
2001. SEPTIEMBRE. P2 – I.A.E.I.....	36
2002. JUNIO. P1 – I.A.E.I.....	39
2002. JUNIO. P2 – I.A.E.I.....	45
2002. JUNIO. P3 – I.A.E.I.....	49
2002. SEPTIEMBRE. P1 – I.A.E.I.....	51
2003. JUNIO. P1 – I.A.E.I.....	54
2003. JUNIO. P2 – I.A.E.I.....	59
2003. JUNIO. P3 – I.A.E.I.....	63
2003. SEPTIEMBRE. P1 – I.A.E.I.....	67
2003. SEPTIEMBRE. P2 – I.A.E.I.....	72
2003. SEPTIEMBRE. P3 – I.A.E.I.....	74
2004. JUNIO. P1 – I.A.E.I.....	79
1999. ENERO. P1 – I.I.....	91
1999. JUNIO. P1 – I.I.....	95
1999. JUNIO. P2 – I.I.....	99
1999. JUNIO. P3 – I.I.....	104
1999. SEPTIEMBRE. P2 – I.I.....	107

1999. SEPTIEMBRE. P3 – I.I.....	110
2000. ENERO. P1 – I.I.....	113
2000. JUNIO. P1 – I.I.....	117
2000. JUNIO. P2 – I.I.....	122
2000. JUNIO. P3 – I.I.....	124
2000. JUNIO. P4 – I.I.....	129
2000. SEPTIEMBRE. P1 – I.I.....	132
2000. SEPTIEMBRE. P3 – I.I.....	137
2001. ENERO. P1 – I.I.....	141
2001. JUNIO. P1 – I.I.....	146
2001. SEPTIEMBRE. P1 – I.I.....	151
2001. SEPTIEMBRE. P2 – I.I.....	154
2002. ENERO. P1 – I.I.....	159
2002. ENERO. P2 – I.I.....	163
2002. JUNIO. P1 – I.I.....	165
2002. JUNIO. P2 – I.I.....	167
2002. SEPTIEMBRE. P1 – I.I.....	171
2002. SEPTIEMBRE. P2 – I.I.....	179
2003. ENERO. P1 – I.I.....	182
2003. JUNIO. P1 – I.I.....	186
2003. JUNIO. P2 – I.I.....	192
2003. JUNIO. P3 – I.I.....	198
2003. SEPTIEMBRE. P1 – I.I.....	201
2003. SEPTIEMBRE. P2 – I.I.....	206
2003. SEPTIEMBRE. P3 – I.I.....	212
2004. JUNIO. P1 – I.I.....	215
2004. JUNIO. P2 – I.I.....	221
2004. SEPTIEMBRE. P1 – I.I.....	224
2004. SEPTIEMBRE. P2 – I.I.....	229



---

<b>CAPÍTULO 2. COLECCIÓN DE TEST DE EXAMEN.....</b>	<b>233</b>
2001. JUNIO – I.I.....	233
2001. SEPTIEMBRE – I.I.....	239
2002. ENERO – I.I.....	245
2002. JUNIO – I.I.....	250
2002. SEPTIEMBRE – I.I.....	257
2003. ENERO – I.I.....	264
2003. JUNIO – I.I.....	271
2003. SEPTIEMBRE – I.I.....	278
2004. ENERO – I.I.....	286
2004. JUNIO – I.I.....	295
2004. SEPTIEMBRE – I.I.....	304



## CAPÍTULO

# 1

## Colección de problemas de examen

1999. SEPTIEMBRE. P1 - I.A.E.I.

---

El circuito de la figura es un cargador de baterías. Suponiendo que se encuentra funcionando en régimen estacionario ( lo que indica que se ha superado el transitorio de arranque), y que los semiconductores son ideales, se pide:

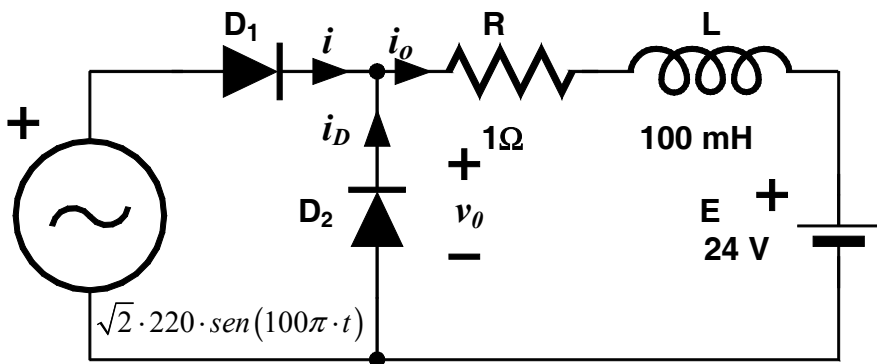
- Obtener analíticamente la función matemática que representa, en función del tiempo, la corriente que atraviesa a la batería. Representar dicha función y determinar los intervalos de conducción de cada uno de los diodos.
- Obtener la potencia media entregada a la batería.

Con objeto de seleccionar adecuadamente, en esta aplicación, el semiconductor de potencia  $D_2$ , se pide:

- Obtener la intensidad eficaz que lo atraviesa, así como la máxima tensión inversa a la que se encuentra sometido.

Suponiendo que  $R$  indica la resistencia interna de la batería, y no se puede evitar, y que los semiconductores son ideales, se pide:

- Obtener el rendimiento energético de dicho cargador.



**SOLUCIÓN**

- a) Para  $\omega t \in [0, \pi]$  el diodo  $D_1$  se encuentra polarizado. Para este intervalo se cumple que:

$$\sqrt{2}V \operatorname{sen}(\omega t) = u_L + u_R + E = L \cdot \frac{di_1}{dt} + R \cdot i_1 + E$$

Cuya solución es suma de la solución particular y la de la ecuación homogénea.

$$\text{S.PAR. } i_{1P} = I \cdot \operatorname{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} \quad \text{donde } I = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \text{ y } \varphi = a \operatorname{tg} \frac{\omega L}{R}$$

$$\text{S.HOM. } i_{1H} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = L / R \text{ y la constante A debe ser deducida...}$$

$$\text{C.CONT. } \begin{cases} i_1(t=0) = I_0 = A - I \operatorname{sen}(\varphi) - \frac{E}{R} \\ i_1(t=\pi/\omega) = I_1 = A \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau\omega}} + I \operatorname{sen}(\varphi) - \frac{E}{R} \end{cases} \quad [1,2]$$

Para  $\omega t \in [\pi, 2\pi]$  el diodo  $D_2$  se encuentra polarizado. Para este intervalo se cumple que:

$$0 = u_L + u_R + E = L \cdot \frac{di_2}{dt} + R \cdot i_2 + E$$

Cuya solución es suma de la solución particular y la de la ecuación homogénea.

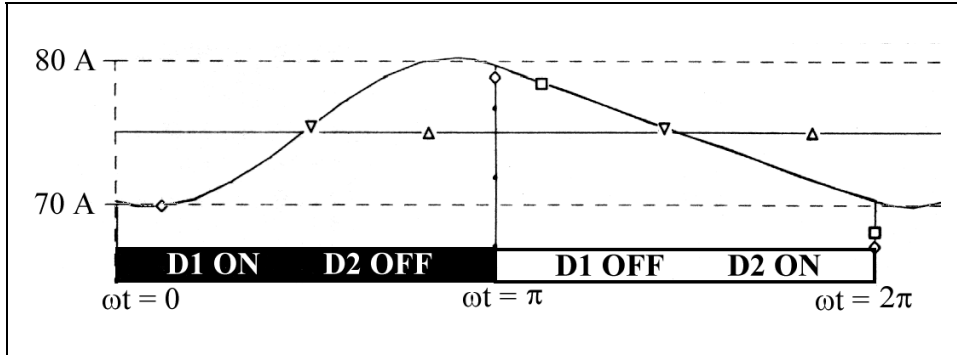
$$\text{S.PAR. } i_{2P} = -\frac{E}{R}$$

$$\text{S.HOM. } i_{2H} = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = L / R \text{ y la constante B debe ser deducida...}$$

$$\text{C.CONT. } \begin{cases} i_2(t=\pi/\omega) = I_1 = B \cdot e^{-\frac{\pi}{\tau\omega}} - \frac{E}{R} \\ i_2(t=2 \cdot \pi/\omega) = I_0 = B \cdot e^{-\frac{2\pi}{\tau\omega}} - \frac{E}{R} \end{cases} \quad [3,4]$$

De [1 .. 4] obtenemos  $A = 103.96$ ,  $B = 114.9$ ,  $I_0 = 70.1 \text{ A}$  y  $I_1 = 79.97 \text{ A}$

Representación de  $i(t)$  y los intervalos de conducción de los diodos D1 y D2.



- b) La potencia media entregada a la batería toma el valor  $P_{media} = I_{media} \cdot E$ . Para obtener el valor de  $I_{media}$  tendremos en cuenta que  $I_{media} = v_{R,media} / R$ . Por otra parte, por definición de valores medios:

$$v_{O,media} = v_{L,media} + v_{R,media} + E$$

donde  $v_{L,media} = 0$  porque nos encontramos en régimen permanente.

El valor medio de  $v_O$  toma la siguiente expresión.

$$\bar{v}_O = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\pi} \sqrt{2}V \sin(\omega t) \cdot d\omega t + \int_{\pi}^{2\pi} 0 \cdot d\omega t \right\} = \frac{\sqrt{2}V}{\pi} = 99.03V$$

En consecuencia, tenemos:  $I_{media} = \frac{\bar{v}_O - E}{R} = 75A$  y  $P_{media} = I_{media} \cdot E = 1800 W$ .

- c) La corriente eficaz que atraviesa  $D_2$  sigue la expresión:

$$I_{D2,ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0.010}^{0.020} i(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{0.010}^{0.020} \left\{ (B^2) \cdot e^{-\frac{2}{\tau}t} - \left( B \frac{E}{R} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E^2}{R^2} \right\} \cdot dt} = 75A$$

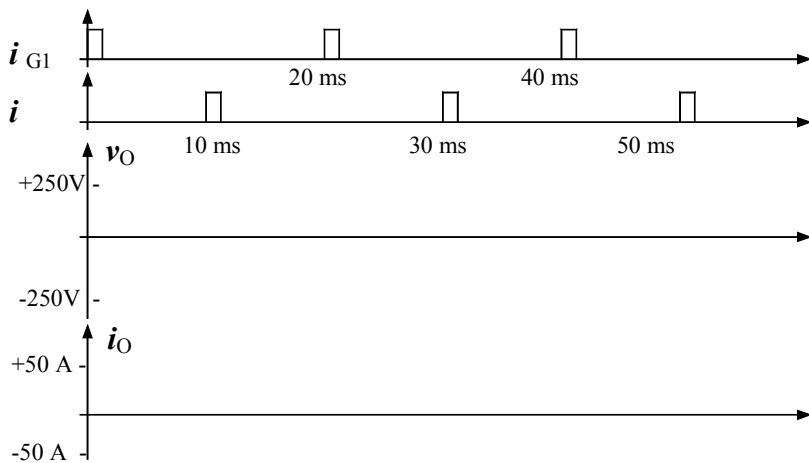
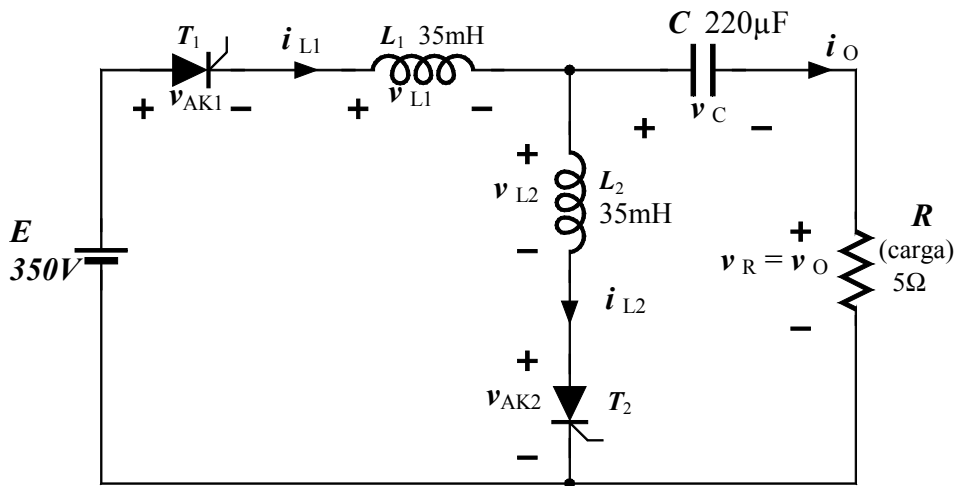
La máxima tensión inversa que soporta el diodo se produce mientras el diodo D1 se encuentra conduciendo, en este caso,  $\sqrt{2} \cdot V = 311 V$ .

- d) Rendimiento:  $\eta = \frac{P_{media}}{P_{media} + P_R} = \frac{P_{media}}{P_{media} + I_{media}^2 \cdot R} = \frac{1800}{1800 + 75^2} = 24.2\%$

1999. SEPTIEMBRE. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico resonante. Los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  se disparan alternativa y repetitivamente con una frecuencia de 50 Hz. Suponiendo que se encuentra funcionando en régimen estacionario ( lo que indica que se ha superado el transitorio de arranque), y que los semiconductores son ideales, se pide:

- Obtener analíticamente la función matemática que representa, en función del tiempo, la tensión en bornes de la carga,  $v_O$ . Representar dicha función.



## SOLUCIÓN

Para  $t = 0$  el tiristor  $T_1$  se encuentra polarizado y es disparado. Para ese intervalo se cumple que:

$$E = u_L + u_C + u_R = L \cdot \frac{di_1}{dt} + \int_0^t i_1 \cdot dt + v_{C1} + R \cdot i_1$$

Derivando la expresión y ordenando, donde  $\zeta = R/2L$  y  $\omega_0 = 1/\sqrt{L \cdot C}$ :

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + 2 \cdot \zeta \cdot \frac{di_1}{dt} + \omega_0^2 = 0$$

Puesto que  $\zeta^2 > \omega_0^2$ , definimos  $\omega_r^2 = \omega_0^2 - \zeta^2$  y la solución de la ecuación diferencial homogénea de segundo orden es oscilatoria tomando la expresión :

S.HOM.  $i_{1H} = A e^{-\zeta t} \cdot \text{sen}(\omega_r t + \varphi)$  donde  $A$  y  $\varphi$  son constantes a determinar.

S.PAR.  $i_{1P} = 0$  Puesto que la fuente es continua y el condensador se comporta como un circuito abierto en continua.

C.CONT.

- $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$   
 $A \cdot \text{sen} \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$
- $u_C(0^+) = u_C(0^-) = v_{C1}$

$$E = u_L(0) + u_C(0) + u_R(0) = L \cdot \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=0} + v_{C1}$$

$$\frac{E - v_{C1}}{L} = \left[ -A \zeta e^{-\zeta t} \text{sen}(\omega_r t) + A \cdot \omega_r e^{-\zeta t} \cos(\omega_r t) \right]_{t=0} \Rightarrow A = \frac{E - v_{C1}}{\omega_r \cdot L}$$

En consecuencia:

$$i_1 = \frac{E - v_{C1}}{\omega_r L} e^{-\zeta t} \cdot \text{sen}(\omega_r t)$$

Para el instante  $t = \pi/\omega_r$  la corriente intenta cambiar de sentido y el tiristor  $T_1$  se bloquea. A continuación, en el instante  $t = 0.010$  s el tiristor  $T_2$  se dispara. Cambiando el origen de tiempos a  $t' = t - 0.010$ , se cumple que:

$$0 = u_L + u_C + u_R = L \cdot \frac{di_2}{dt'} + \int_0^{t'} i_2 \cdot dt' + v_{C2} + R \cdot i_2$$

que conduce a la misma ecuación diferencial anterior, pero cuya solución viene impuesta por distintas condiciones de contorno.

S.HOM.  $i_{2H} = B e^{-\zeta t'} \cdot \text{sen}(\omega_r t' + \phi)$  donde B y  $\phi$  son constantes a determinar.

S.PAR.  $i_{2P} = 0$

C.CONT.

- $i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$

$$B \cdot \text{sen } \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0$$

- $u_C(0^+) = u_C(0^-) = v_{C2}$

$$0 = u_L(0) + u_C(0) + u_R(0) = L \cdot \left. \frac{di_2}{dt'} \right|_{t'=0} + v_{C2}$$

$$\frac{-v_{C2}}{L} = \left[ -B \zeta e^{-\zeta t'} \text{sen}(\omega_r t') + B \omega_r e^{-\zeta t'} \cos(\omega_r t') \right] \Big|_{t'=0} \Rightarrow B = \frac{-v_{C2}}{\omega_r L}$$

En consecuencia:

$$i_2 = \frac{-v_{C2}}{\omega_r L} e^{-\zeta t'} \cdot \text{sen}(\omega_r t')$$

Falta por determinar cuanto vale  $v_{C1}$  y  $v_{C2}$ .

A. Como entre el intervalo  $t_f = \pi/\omega_r$  y  $t' = 0$  no existe circulación de corriente:

$$v_{C2} = \int_0^{\pi/\omega_r} i_1 \cdot dt + v_{C1} = E - L \left. \frac{di_1}{dt} \right|_{t=\pi/\omega_r}$$

$$v_{C2} = E - L \cdot \left[ -\frac{E - v_{C1}}{\omega_r L} \zeta e^{-\zeta t} \text{sen}(\omega_r t) + \frac{E - v_{C1}}{\omega_r L} \omega_r e^{-\zeta t} \cos(\omega_r t) \right] \Big|_{t=\pi/\omega_r}$$

$$v_{C2} = E \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} \right) - v_{C1} \cdot e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} \quad [1]$$

B. Por otra parte como nos encontramos en régimen permanente el valor medio de la corriente que atraviesa el condensador debe ser nula.



$$\bar{i} = \frac{1}{T} \left[ \int_0^{\pi/\omega_R} i_1 dt + \int_0^{\pi/\omega_R} i_2 dt' \right] = \frac{1}{T} \int_0^{\pi/\omega_R} (i_1 + i_2) dt = 0$$

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^{\pi/\omega_R} (E - v_{C1} - v_{C2}) \frac{e^{-\zeta t} \cdot \text{sen}(\omega_r t)}{\omega_r L} dt = 0 \Rightarrow E - v_{C1} - v_{C2} = 0$$

$$v_{C2} = E - v_{C1} \quad [2]$$

Operando ([1]-[2]) y sustituyendo el resultado de  $v_{C1}$  en [2] :

$$0 = E \cdot e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} + v_{C1} \cdot \left( e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} - 1 \right) \Rightarrow v_{C1} = -\frac{E \cdot e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}}}{\left( e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} - 1 \right)} \Rightarrow v_{C2} = \frac{E}{\left( e^{-\frac{\zeta \cdot \pi}{\omega_r}} - 1 \right)}$$

Valores numéricos:

$$\zeta = R/2L = 71'429 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{L \cdot C} = 360'375 \text{ rd/s}$$

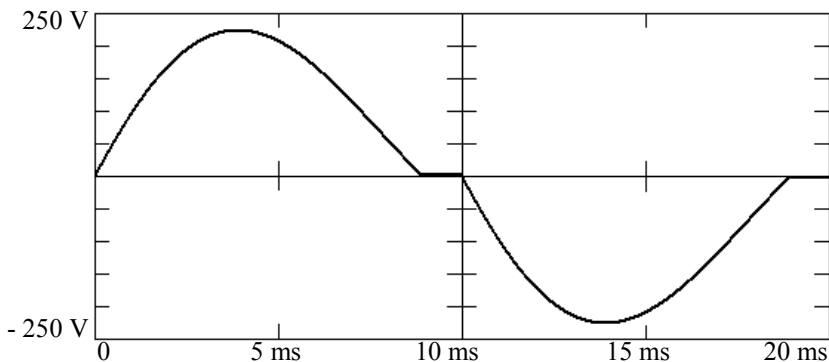
$$\omega_r = 353'225 \text{ rd/s}$$

$$t_f = \pi/\omega_r = 0'009 \text{ s}$$

$$v_{C1} = -394'338 \text{ V} \quad (E - v_{C1} / \omega_r L) \cdot \exp(-\zeta \cdot \pi / 2\omega_r) = 43.8 \text{ A}$$

$$v_{C2} = 744'338 \text{ V} \quad (-v_{C2} / \omega_r L) \cdot \exp(-\zeta \cdot \pi / 2\omega_r) = -43.8 \text{ A}$$

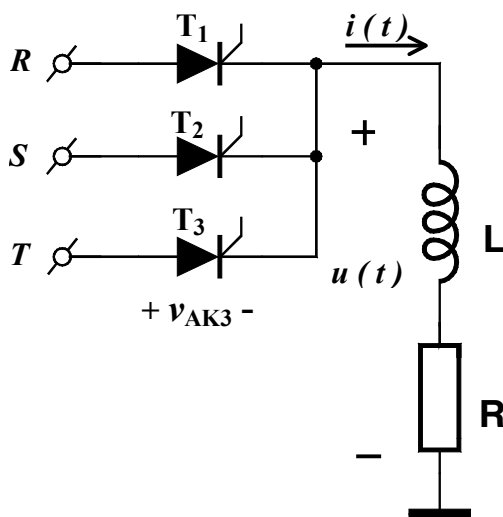
Tensión en bornes de la carga  $v_R = i_0(t) \cdot R$ .



2000. JUNIO. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico que alimenta a la carga RL. Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/3$ , dicho rectificador opera en conducción continua. Sin embargo, en un instante dado, el tiristor T3, correspondiente a la fase T, se destruye, quedando abierto. En esas condiciones se observan intervalos de conducción discontinua. Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/3$  y las condiciones comentadas, se pide:

- Obtener la expresión analítica que define la variación temporal de la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga L-R .
- Representar gráficamente, de forma razonada y delimitando claramente los intervalos de conducción de cada uno de los semiconductores, la tensión  $u(t)$  en bornes de la carga.
- Representar gráficamente, de forma razonada, la tensión ánodo-cátodo  $v_{AK3}$  del tiristor destruido.
- Calcular la tensión media en bornes de la carga.



**Datos:** Tiristores ideales. Reg. Estacionario.

$$u_{RN} = u_{SN} = u_{TN} = 220V_{RMS} @ 50Hz$$

## SOLUCIÓN

**Intervalo 1.** Disparo tiristor  $T_1$  ( fase R )

$$[1] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = i_1(t) \cdot R + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

$$[2] \quad i_p(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{Sol. Part.}$$

$$\text{Donde } I = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \approx 22A$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega \cdot L}{R} \approx \text{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$[3] \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{Sol. Homog.}$$

$$\text{donde } \tau = \frac{L}{R} = 0.0032$$

$$[4] \quad i_1(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Condiciones de contorno:

$$[5] \quad i_1\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = 0 = I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\frac{5}{3.2}}$$

$$\Rightarrow A = -I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{\frac{5}{3.2}} = -52.478\sqrt{2}$$

Al final del intervalo:

$$[6] \quad i_1\left(\frac{7\pi}{6\omega}\right) = I_0 = 22 \cdot \text{sen}\left(\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) - 52.478\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{11.666}{3.2}} = 3.757A > 0$$

**Intervalo 2.** Disparo tiristor  $T_2$  ( fase S ) cambio el origen de tiempos al cero de la fase S.

De manera análoga al desarrollo anterior...

$$[7] \quad i_2(t') = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t' - \varphi) + B \cdot e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

Condiciones de contorno:

$$[8] \quad i_2\left(\frac{\pi}{2\omega}\right) = I_0 = I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + B \cdot e^{-\frac{5}{3.2}}$$

$$\Rightarrow B = \left[ I_0 - I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot e^{\frac{5}{3.2}} = -56.29 A$$

Obtengamos el ángulo de extinción. Al final del pulso de disparo:

$$[9] \quad i_2\left(\frac{7\pi}{6\omega}\right) = I_1 = 22 \cdot \text{sen}\left(\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) - 56.29 \cdot e^{-\frac{11.666}{3.2}} = 4.224 A > 0$$

En ese instante:

$$[10] \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{v_L}{L} = \frac{\sqrt{2}V \text{sen}(7 \cdot \pi/6) - I_1 \cdot R}{L} = -6179.38$$

Si la función  $i_2(t)$  fuese lineal se anularía en  $\Delta t = 4.224/6179.38 = 0.683 \text{ ms} \Rightarrow \beta = (7\pi/6) + 0.0683\pi = 222.3^\circ$

[11]

$$i_2(0.01235) = 22 \cdot \text{sen}\left(\frac{7\pi}{6} + 0.0683 \cdot \pi - \frac{\pi}{4}\right) - 56.29 \cdot e^{-\frac{12.3497}{3.2}} = 0.045 A \approx 0$$

valor cercano a cero, por lo que damos este resultado por bueno.

### Intervalo 3. Disparo tiristor $T_3$ ( fase T )

Puesto que el tiristor  $T_3$  está estropeado y la corriente se ha extinguido la tensión y corriente permanecen a cero hasta el disparo del tiristor  $T_1$  ( fase R ) repitiéndose la secuencia estudiada.

### Tensión ánodo-cátodo del tiristor 3.

$$\text{Intervalo 1.} \quad v_{AK3} = T - R \quad [12]$$

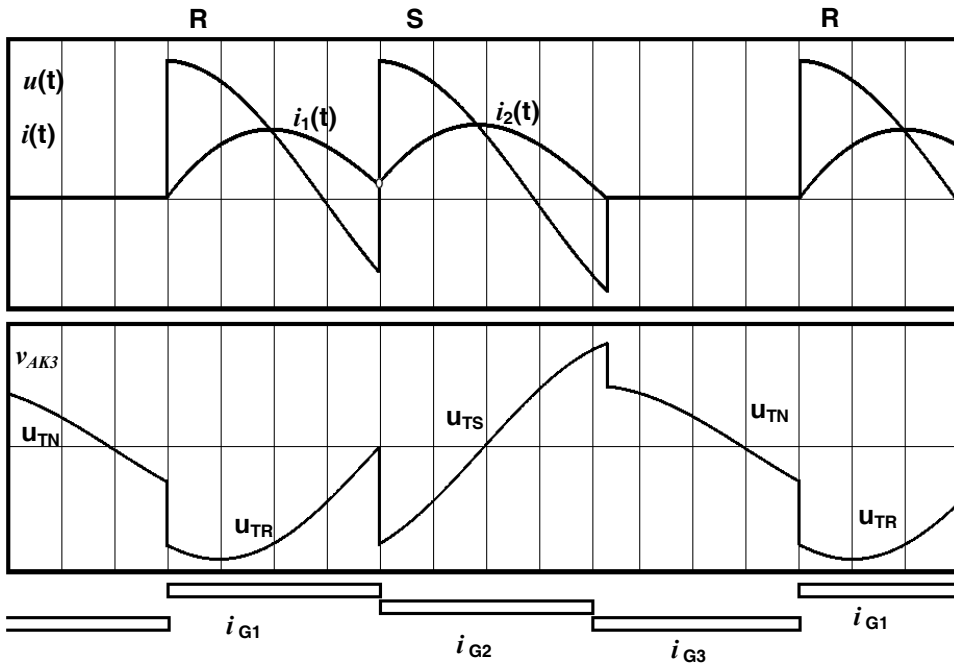
$$\text{Intervalo 2.} \quad v_{AK3} = T - S \quad [13]$$

$$\text{Intervalo 3.} \quad v_{AK3} = T - 0 \quad [14]$$

**Valor medio de tensión en la carga**

$$\bar{u} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi} \cdot \left[ \int_0^{2\pi/3} \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \int_0^{(2\pi/3)+0.0683\pi} \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + 0 \right]$$

$$\bar{u} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi} \cdot [\text{sen}(2\pi/3) + \text{sen}((2\pi/3) + 0.0683\pi)] \approx 79.6V$$



2000. JUNIO. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico que alimenta a la carga RL. Dicho inversor ha estado en funcionamiento durante un largo periodo, tras el cual se observa una asimetría en las tensiones de batería del grupo superior con respecto al inferior. Por otra parte, también el circuito de control de disparo se ha desequilibrado, de manera que la duración del intervalo positivo es diferente de la duración del intervalo negativo. La tensión de la carga es la que aparece representada en la figura. En las condiciones comentadas, en estado estacionario, se pide:

- Obtener la expresión analítica que define la variación temporal de la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga L-R.
- Representar gráficamente, de forma razonada y delimitando claramente los intervalos de conducción de cada uno de los semiconductores, la corriente  $i(t)$  en bornes de la carga.
- Calcular la tensión eficaz y media en bornes de la carga.

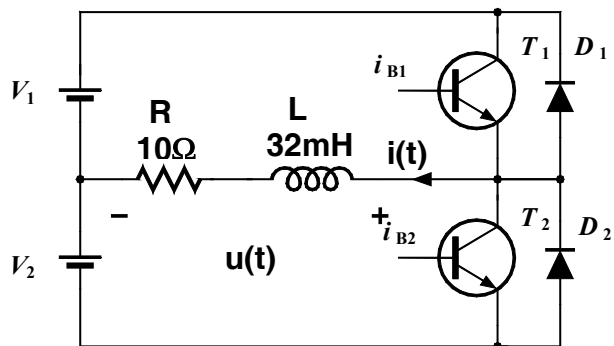
**Datos:**

$V_1 = 310 \text{ V}$

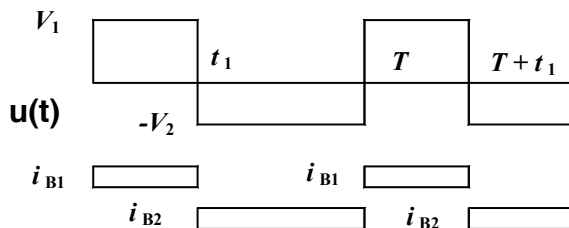
$V_2 = 280 \text{ V}$

$T = 20 \text{ ms}$

$t_1 = 7 \text{ ms}$



*Semiconductores  
ideales*



## SOLUCIÓN

Para obtener la función corriente cuando se conecta una batería de valor  $V_X$  a la carga planteamos:

$$[1] \quad V_X = v_R + v_L = R \cdot i_X(t) + L \cdot \frac{di_X(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

$$[2] \quad i_P = \frac{V_X}{R} \quad \text{Sol. particular}$$

$$[3] \quad i_H = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{Sol. Homogenea}$$

$$\text{donde} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$[4] \quad i_X(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_X}{R} \quad \text{Sol. Completa}$$

Aplicando la solución general a ambos intervalos:

$$[5] \quad i_1(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_1}{R} \quad [6] \quad i_2(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{V_2}{R}$$

Condiciones de contorno : la corriente debe ser continua ( por L ) y se analiza en régimen permanente...

$$[7] \quad i_1(0) = I_0 = A + \frac{V_1}{R} \quad \Rightarrow I_0 = A + 31$$

$$[8] \quad i_1(t_1) = I_1 = A \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} + \frac{V_1}{R} \quad \Rightarrow I_1 = A \cdot 0.112 + 31$$

$$[9] \quad i_2(t_1) = I_1 = B \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} - \frac{V_2}{R} \quad \Rightarrow I_1 = B \cdot 0.112 - 28$$

$$[10] \quad i_2(T) = I_0 = B \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} - \frac{V_2}{R} \quad \Rightarrow I_0 = B \cdot 0.002 - 28$$

$$\text{Haciendo [8] = [9] :} \quad [11] \quad B = A + \frac{31 + 28}{0.112} = A + 526.786$$

Haciendo [7] = [10] y aplicando [11] :

$$[12] \quad A = \frac{0.002 \cdot 526.786 - 28 - 31}{(1 - 0.002)} = -58.063$$

De donde:

De [11]...  $[13] \quad B = 526.786 - 58.063 = 468.723$

De [7] y [12]...  $[14] \quad I_0 = 31 - 58.063 = -27.063A$

De [9] y [13]...  $[15] \quad I_1 = 0.112 \cdot 468.723 - 28 = 24.5A$

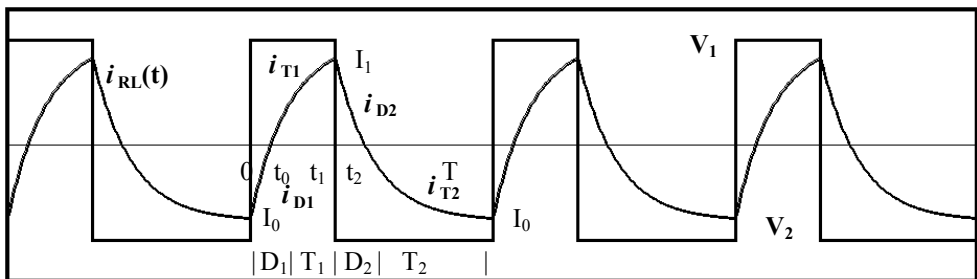
Pasos por cero en:

$$[16] \quad i_1(t_0) = 0 = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_1}{R}$$

$$\Rightarrow t_0 = -\tau \cdot \ln\left(-\frac{V_1}{A \cdot R}\right) = -3.2 \cdot \ln\left(\frac{31}{58.063}\right) = 2ms$$

$$[17] \quad i_2(t_2) = 0 = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{V_2}{R}$$

$$\Rightarrow t_2 = -\tau \cdot \ln\left(\frac{V_2}{B \cdot R}\right) = -3.2 \cdot \ln\left(\frac{28}{468.723}\right) = 9ms$$



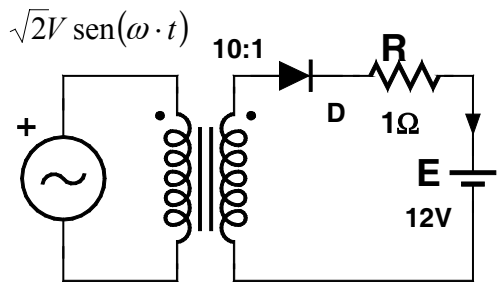


2000. SEPTIEMBRE. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador monofásico simple que alimenta a la carga R-E.

**Se pide:**

- a) Ángulo eléctrico  $\alpha$  para el cual empieza a conducir el diodo.
- b) Intervalo de conducción.  
( $\gamma = \beta - \alpha$ ).
- c) Corriente media que atraviesa la carga,  $I_O$ .
- d) Valor eficaz de la corriente que atraviesa la carga,  $I_E$ .



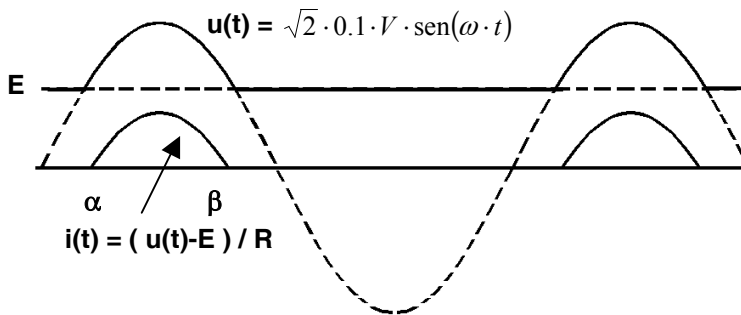
Nota: Diodo ideal

$$V = 220 \text{ V}_{ef} @ 50\text{Hz}$$

- e) Potencia suministrada por la red de distribución de energía eléctrica, P.
- f) Factor de potencia, PF.

**SOLUCIÓN**

La tensión y corriente en la carga son las que aparecen en la figura (mientras la senoidal no supera a la tensión de batería el diodo no se polariza correctamente y, en consecuencia, no circula corriente, en caso contrario si lo hace) :



a) Angulo eléctrico  $\alpha$  en que empieza a conducir:  $\alpha = \arcsen \frac{E}{0.1 \cdot \sqrt{2} \cdot V}$

b) Intervalo de conducción :  $\gamma = \beta - \alpha = (\pi - \alpha) - \alpha = \pi - 2 \cdot \alpha$

c) Corriente media:

$$I_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot V}{10 \cdot R} \cdot \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) - \frac{E}{R} \cdot \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} d(\omega \cdot t) \right]$$

d) Corriente eficaz,  $I_E$  :

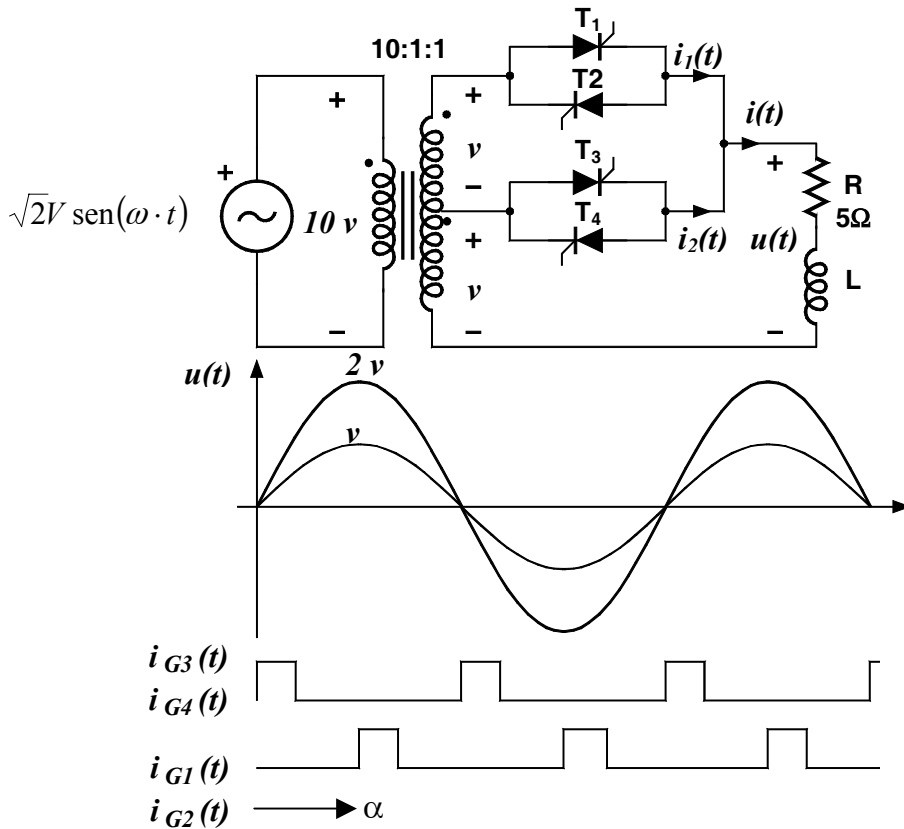
$$I_E^2 = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2V^2}{100R^2} \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} \text{sen}(\omega t)^2 d\omega t - \frac{\sqrt{2}VE}{5R} \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} \text{sen}(\omega t) d\omega t + \frac{E^2}{R^2} \int_{\alpha}^{\pi - \alpha} \text{sen}(\omega t)^2 d\omega t \right]$$

e) Potencia suministrada :  $P = (I_E)^2 \cdot R + I_0 \cdot E$

f) Factor de potencia :  $PF = \frac{P}{0.1 \cdot V \cdot I_E}$

2000. SEPTIEMBRE. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un regulador de alterna que alimenta a la carga RL.



Nota: Tiristores ideales. Disparo **no**-mantenido.

$$V = 220 \text{ V}_{\text{ef}} @ 50\text{Hz}$$

Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/2$ , tal y como se representa en la figura, se pide:

- Para  $L = 0$  ( carga resistiva pura) obtener la expresión de la tensión en bornes de la carga y de la corriente que la atraviesa. Representarlas gráficamente, indicando el intervalo de conducción de cada semiconductor.
- Idem para  $L = 32 \text{ mH}$  ( carga óhmico-inductiva ).

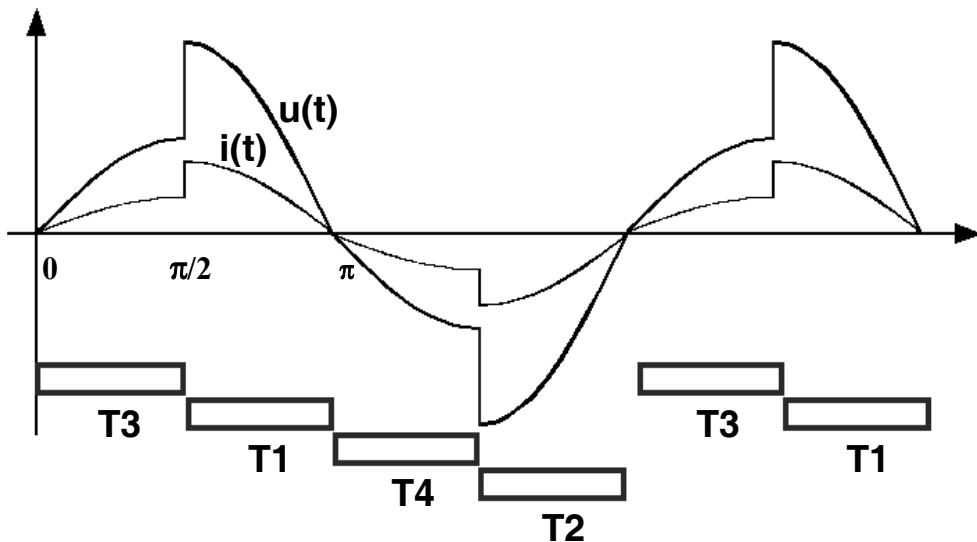
**SOLUCIÓN**

a) Para carga resistiva:

Cada pulso de puerta dispara al tiristor correspondiente de manera que la secuencia es: disparo de T3 (correctamente polarizado) → conducción a través de T3, disparo de T1 (correctamente polarizado  $V_{A1}=2v > V_{K1}=v$ ) → bloqueo de T3 (por tensión inversa) y conducción a través de T1, hasta que la corriente se anula en  $\omega \cdot t = \pi$ , repitiéndose la secuencia de manera simétrica a través de T4 y T2.

Así pues, las expresiones de tensión y corriente en la carga es:

$$u(t) = \begin{cases} \sqrt{2} \cdot \frac{V}{10} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) & \omega \cdot t \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ \sqrt{2} \cdot \frac{V}{5} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) & \omega \cdot t \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \\ \pi - \text{periodica} \end{cases} \quad i(t) = u(t)/R$$



b) Para carga ohmico-inductiva:

Planteamos la hipótesis de intervalos de no conducción, si eso fuera así la corriente comienza de cero y, para no llegar a un absurdo, esto sucederá al inicio de la conducción de T1 y de forma simétrica con T3. Así pues, en  $\omega \cdot t = \pi/2 \dots$

$$1.L.K. \quad \sqrt{2} \cdot \frac{V}{5} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = u_R + u_L = R \cdot i_1(t) + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$\text{Ec. Dif.} \quad \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{L/R} \cdot i_1(t) = \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i_1(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{V}{5 \cdot L} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$\text{Sol. Hom.} \quad i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{Sol. Part.} \quad i_{p1}(t) = I_1 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \text{ donde } I_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{5 \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega \cdot L}{R}$$

$$\text{Sol.} \quad \boxed{i_1(t) = I_1 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\text{Cond.Cont.} \quad i_1\left(\frac{\pi}{2 \cdot \omega}\right) = 0 = I_1 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\frac{\pi}{2 \cdot \omega}} \Rightarrow$$

$$\boxed{A = -I_1 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cdot e^{\frac{\pi}{2 \cdot \omega}}}$$

$$\text{En } \omega \cdot t = \pi \quad i_1\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = I_0 = I_1 \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}}$$

Al llegar a  $\omega \cdot t = \pi$  la corriente es todavía positiva, en ese instante se dispara T3 que puede conducir la corriente en dicho sentido, se encuentra correctamente polarizado ya que  $V_{A3} > V_{K3}$  y, con su puesta en conducción, bloquea al tiristor T1. En ese caso:

$$1.L.K. \quad \sqrt{2} \cdot \frac{V}{10} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = u_R + u_L = R \cdot i_2(t) + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

Ec. Dif. 
$$\frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{L/R} \cdot i_2(t) = \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i_2(t) = \sqrt{2} \cdot \frac{V}{10 \cdot L} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Sol. Hom. 
$$i_{H2}(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Sol. Part. 
$$i_{p2}(t) = I_2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde } I_2 = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{10 \cdot \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

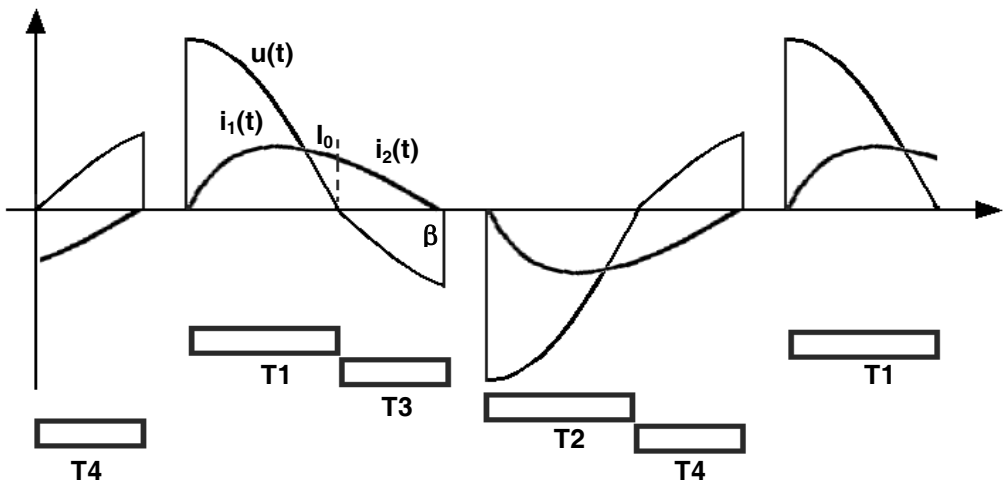
$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega \cdot L}{R}$$

Sol. 
$$i_2(t) = I_2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Cond.Cont. 
$$i_2\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = I_0 = I_2 \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) + B \cdot e^{-\frac{\pi}{2\omega}} \Rightarrow$$

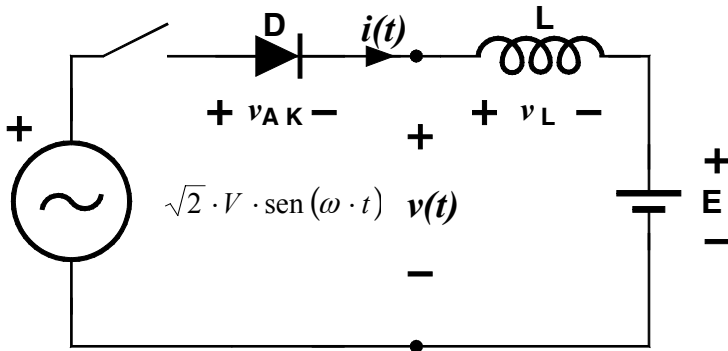
$$B = [I_0 - I_2 \cdot \text{sen}(\pi - \varphi)] \cdot e^{\frac{\pi}{2\omega}}$$

Corriente que se extingue en  $\omega \cdot t = \beta (< 3\pi/2 \Rightarrow \text{confirma la hipótesis de partida})$ .



2001. JUNIO. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador empleado para cargar la batería E a través de la bobina L que actúa como limitadora de corriente.



Con objeto de analizar el funcionamiento de dicho circuito se pide:

1. Obtener la expresión matemática que define la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .
2. Obtener, razonadamente, el intervalo de conducción del semiconductor ( $\gamma = \beta - \alpha$ ) en función del valor de la inductancia L.
3. Para una batería cuya capacidad nominal es de 48 Ah y que esta totalmente descargada en el momento de la puesta en marcha del cargador: plantear las ecuaciones que permitan deducir el valor de inductancia (L) que permite la carga total de la batería en 4 horas.

**Datos:**  $V = 220 \text{ V}_{ef}$  @ 50Hz.  $E = 150\text{V}$ . Semiconductor D ideal.

Nota:  $\left| \int_{0.50}^{2.64} \{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E\} \cdot d(\omega \cdot t) \right| \cong \left| \int_{2.64}^{3.87} \{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E\} \cdot d(\omega \cdot t) \right|$

**SOLUCIÓN**

1. Obtener la expresión matemática que define la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .

$$1.L.K. \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t) = v_L + E = L \frac{d}{dt} i(t) + E$$

$$\text{Agrupando} \quad di(t) = \frac{1}{L} \cdot (\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t) - E) \cdot dt$$

$$\text{Integrando} \quad \int i(t) dt = \frac{1}{L} \cdot \int (\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t) - E) dt$$

$$\text{Obtenemos:} \quad i(t) = \frac{(\sqrt{2} \cdot V)}{L \cdot \omega} \cdot (-\cos(\omega \cdot t)) - \frac{E}{L} \cdot t + K$$

El diodo empieza a conducir cuando la tensión en ánodo supera a la de cátodo:

$$v_{AK} = \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t_0) - E = 0 \quad \alpha := \text{asin}\left(\frac{E}{\sqrt{2} \cdot V}\right) \quad \alpha = 0.5$$

Condiciones de contorno:

$$i\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = 0 = \frac{(\sqrt{2} \cdot V)}{L \cdot \omega} \cdot (-\cos(\alpha)) - \frac{E}{L \cdot \omega} \cdot \alpha + K$$

$$\text{Obtenemos K y finalmente } i(t): \quad i(t) = \frac{(\sqrt{2} \cdot V)}{L \cdot \omega} \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\omega \cdot t)) - \frac{E}{L \cdot \omega} \cdot (\omega \cdot t - \alpha)$$

2. Obtener, razonadamente, el intervalo de conducción del semiconductor ( $\gamma = \beta - \alpha$ )

La conducción continuará hasta que la corriente que atraviesa al diodo se anule en  $\beta$ :

$$i(t) = 0 = \frac{(\sqrt{2} \cdot V)}{L \cdot \omega} \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\beta)) - \frac{E}{L \cdot \omega} \cdot (\beta - \alpha)$$

$$\text{Agrupando} \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\beta) + E \cdot \beta = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\alpha) + E \cdot \alpha$$

Ecuación trascendente en la que no influye L ni  $\omega$ , a resolver, para obtener  $\beta$ .

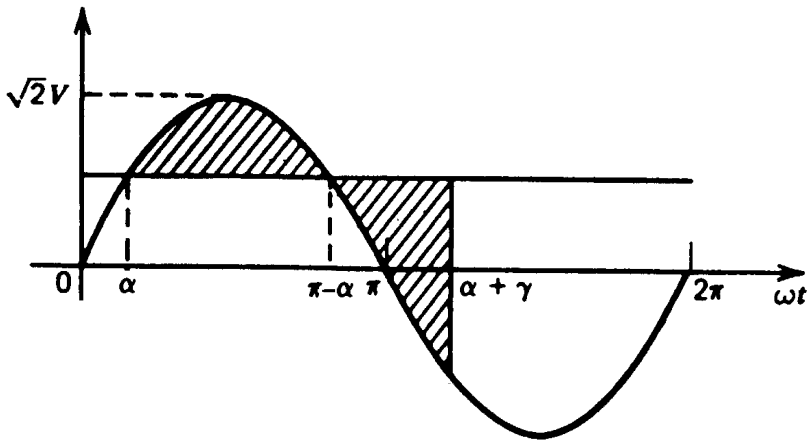


Otra forma de abordar la obtención de  $\beta$  es sabiendo que puesto que la corriente inicial y final del intervalo de estudio es la misma ( de hecho vale cero al comienzo y al fin), necesariamente la tensión media en la bobina debe valer cero. Como la tensión en la bobina es la de la fuente menos la de la batería que es positiva entre  $\alpha$  y  $(\pi-\alpha)=2.64$  rd , y de valor negativo entre  $(\pi-\alpha)$  y  $\beta$ . Y puesto que como dato nos dicen que:

$$\left| \int_{0.50}^{2.64} \{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E\} \cdot d(\omega \cdot t) \right| \cong \left| \int_{2.64}^{3.87} \{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E\} \cdot d(\omega \cdot t) \right|$$

queda claro que  $\beta = 3.87$  rad y que  **$\gamma = 3.37$  rd, independientemente del valor de la bobina.**

Como podemos comprender de manera más sencilla observando la tensión en la bobina como el área rayada que aparece en la figura siguiente:



Por último:

$$I_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_{\frac{\alpha}{\omega}}^{\frac{\beta}{\omega}} i(t) dt = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \omega} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} [\sqrt{2} \cdot V \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\omega t)) - E \cdot (\omega t - \alpha)] d\omega t = 12A$$

$$L = \frac{1}{24 \cdot \pi \cdot \omega} \cdot \int_{\alpha}^{\beta} [\sqrt{2} \cdot V \cdot (\cos(\alpha) - \cos(\omega t)) - E \cdot (\omega t - \alpha)] d\omega t$$

3. Para una batería cuya capacidad nominal es de 48 Ah y que esta totalmente descargada en el momento de la puesta en marcha del cargador: plantear las ecuaciones que permitan deducir el valor de inductancia (L) que permite la carga total de la batería en 4 horas.

Conocemos el comienzo y el fin de la conducción de la corriente a través de la batería. Sabemos que los límites de conducción no dependen del valor de la bobina pero sí el valor de dicha corriente. Así pues, basta con encontrar que valor de inductancia nos proporciona un valor medio de corriente igual a  $48 \text{ Ah} / 4\text{h} = 12 \text{ A}$ .

El valor obtenido es de **18 mH**.

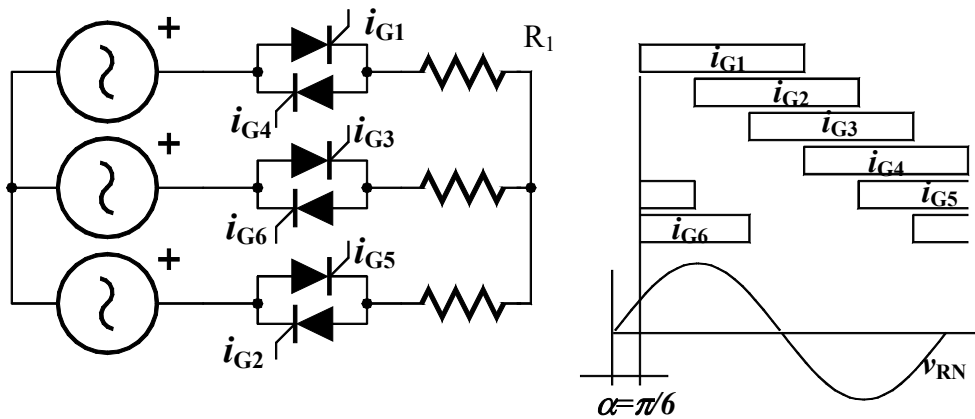
---

2001. JUNIO. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un regulador de alterna trifásico que alimenta una carga resistiva equilibrada. Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/6$  y disparo mantenido durante  $\pi$ , se pide:

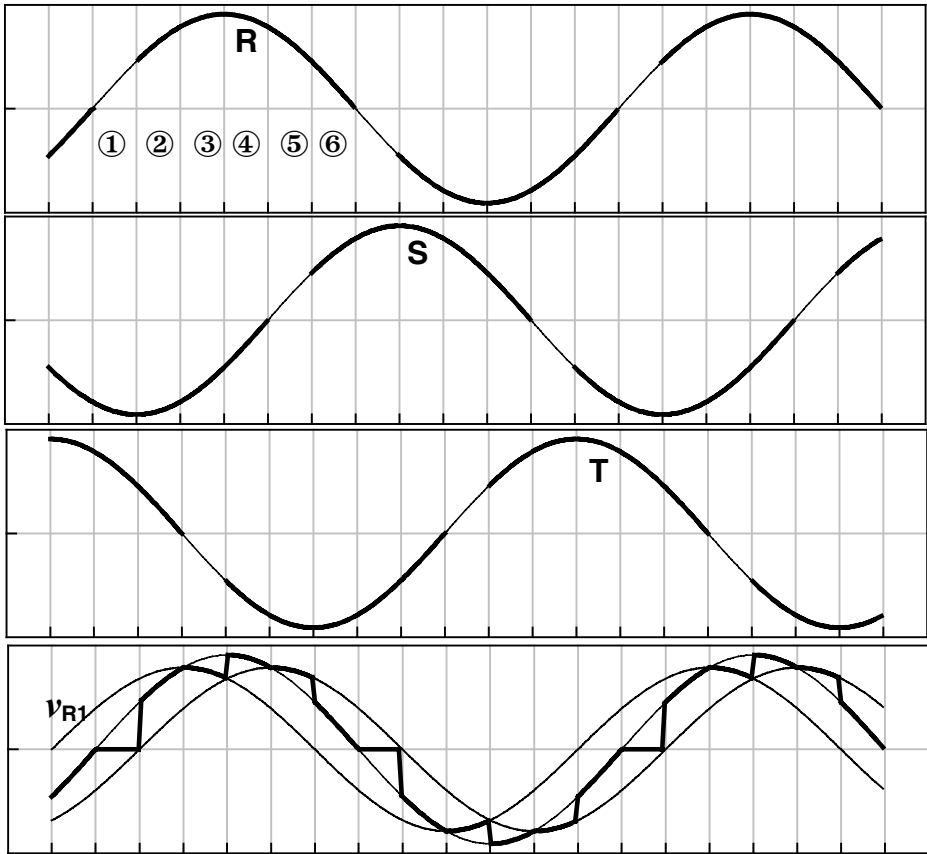
1. Representar gráficamente, con todo detalle, la tensión en bornes de  $R_1$ .
2. Calcular la tensión eficaz en bornes de la carga  $R_1$ .

**Datos:**  $V_{RN} = 220 \text{ V}_{ef}$  @ 50Hz. Sistema equilibrado y semiconductores ideales.



Analizando por intervalos, según la figura siguiente, tenemos la tensión en bornes de la resistencia  $R$ , para el semiciclo positivo:

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| Intervalo ①: $R_1$ está desconectada $\rightarrow$ no circula corriente   | $\rightarrow v_{R1} = 0$             |
| Intervalo ②: $R_1$ se conecta a través de $T_1 \rightarrow$ como $T_5$ y $T_6$ están también a ON en el punto común, por Millman, tenemos neutro  | $\rightarrow v_{R1} = v_R - v_N$     |
| Intervalo ③: $R_3$ se desconecta (por $T_5$ no puede circular una corriente negativa) por lo que sólo quedan en funcionamiento $T_1$ y $T_6$ y la tensión compuesta $RS$ se reparte entre $R_1$ y $R_2$ | $\rightarrow v_{R1} = (v_R - v_S)/2$ |
| Intervalo ④: $R_3$ se conecta (por $T_2$ ) y $R_1$ y $R_2$ siguen a ON  | $\rightarrow v_{R1} = v_R - v_N$     |
| Intervalo ⑤: $R_2$ se desconecta ( $T_6$ ) y $R_1$ y $R_3$ siguen a ON  | $\rightarrow v_{R1} = (v_R - v_T)/2$ |
| Intervalo ⑥: $R_2$ se conecta (por $T_3$ ) y $R_1$ y $R_3$ siguen a ON  | $\rightarrow v_{R1} = v_R - v_N$     |



Puesto que el semiciclo negativo repite lo visto en el semiciclo analizado ya podemos obtener el valor solicitado:

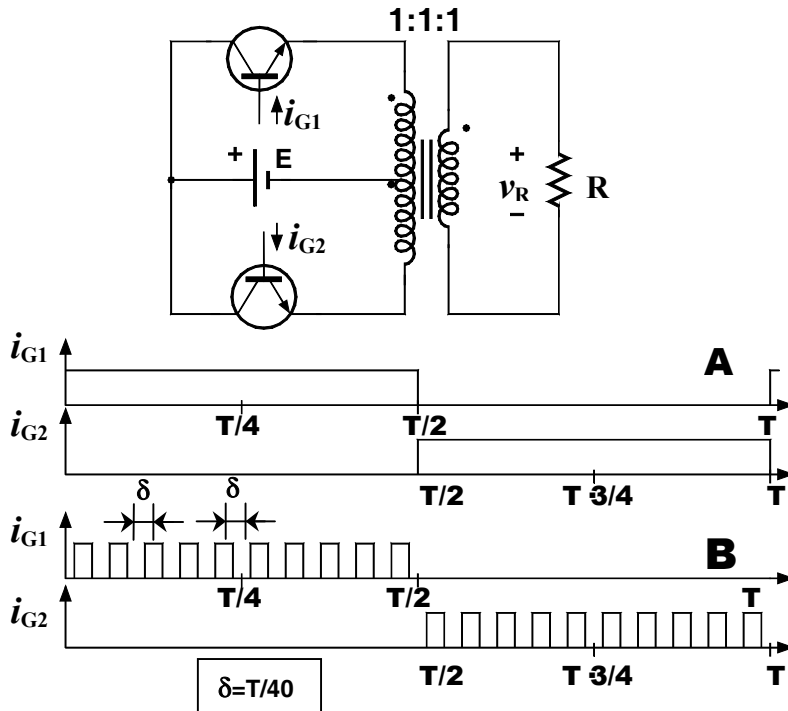
$$\frac{V_E^2}{V^2} \cdot \pi = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sin(\omega t)^2 d\omega t + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin(\omega t)^2 d\omega t + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\pi} \sin(\omega t)^2 d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{3}{4} \sin(\omega t)^2 d\omega t$$

$$V_E = 164.9$$

2001. SEPTIEMBRE. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico. Con objeto de analizar el funcionamiento de dicho circuito se pide:

- a) Para la ley de disparo representada por la figura A
  - a<sub>1</sub>) Valor eficaz de la tensión en la carga.
  - a<sub>2</sub>) Distorsión armónica total THD de la tensión en la carga.
- b) Para la ley de disparo representada por la figura B
  - b<sub>1</sub>) Valor eficaz de la tensión en la carga.
  - b<sub>2</sub>) Distorsión armónica total THD de la tensión en la carga.



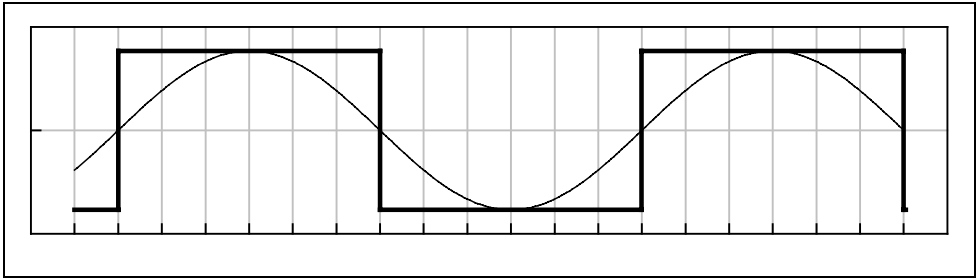
Datos: Trafo y transistores ideales

Se sabe que

$$\int_{\frac{17\pi}{40}}^{\frac{3\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{5\pi}{40}}^{\frac{7\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{9\pi}{40}}^{\frac{11\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{13\pi}{40}}^{\frac{15\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{17\pi}{40}}^{\frac{19\pi}{40}} \sin x \cdot dx = 0.5$$

**SOLUCIÓN**

- a) Para la ley de disparo representada por la figura A tenemos en la carga la tensión representada por la figura:



- a<sub>1</sub>) Valor eficaz de la tensión en la carga.

Aplicando la definición de valor eficaz:

$$V = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\pi} E^2 d\omega t + \int_0^{\pi} (-E)^2 d\omega t \right)} = E$$

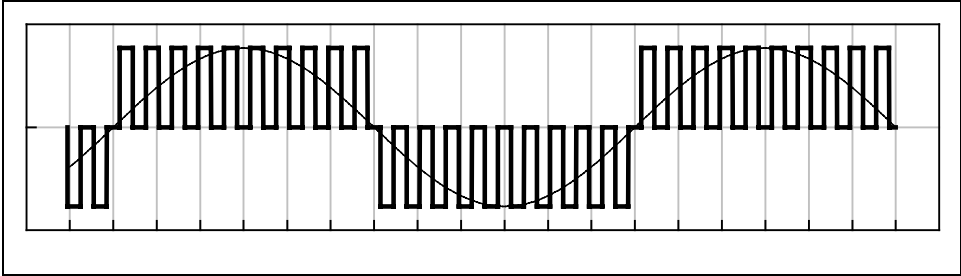
- a<sub>2</sub>) Distorsión armónica total THD de la tensión en la carga.

$$B_1 = \frac{1}{\pi} 2 \int_0^{\pi} E \cdot \sin(\omega t) d\omega t = \frac{4}{\pi} E$$

$$V_1 = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\pi} E \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$THD = \frac{\sqrt{V^2 - V_1^2}}{V_1} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0.48$$

- b) Para la ley de disparo representada por la figura **B** tenemos en la carga la tensión representada por la figura:



- b<sub>1</sub>) Valor eficaz de la tensión en la carga.

Aplicando la definición de valor eficaz:

$$V = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \left( 10 \int_{\frac{1\pi}{40}}^{\frac{3\pi}{40}} E^2 d\omega t + 10 \int_{\frac{21\pi}{40}}^{\frac{23\pi}{40}} (-E)^2 d\omega t \right)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot 20 \cdot \frac{\pi}{40} E^2} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

- b<sub>2</sub>) Distorsión armónica total THD de la tensión en la carga.

$$B_1 = \frac{1}{\pi} 4 \cdot E \left[ \int_{\frac{1\pi}{40}}^{\frac{3\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{5\pi}{40}}^{\frac{7\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{9\pi}{40}}^{\frac{11\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{13\pi}{40}}^{\frac{15\pi}{40}} \sin x \cdot dx + \int_{\frac{17\pi}{40}}^{\frac{19\pi}{40}} \sin x \cdot dx \right] = \frac{4}{\pi} E \cdot \frac{1}{2}$$

$$V_1 = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\pi} E \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$THD = \frac{\sqrt{V^2 - V_1^2}}{V_1} = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right) E^2}}{\frac{2}{\pi} E} = \sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1} = 0.48$$

2001. SEPTIEMBRE. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un control de velocidad de un motor de continua (modelado por la carga RLE). Con objeto de analizar el funcionamiento de dicho circuito en régimen permanente, para la ley de disparo representada por la corriente de base del transistor que aparece en la figura, se pide:

- Expresión matemática que describe la corriente que atraviesa la carga.
- Representación gráfica, razonada, de las magnitudes  $v_D$ ,  $i_a$ ,  $i_s$ .
- Intervalo de conducción de cada uno de los semiconductores.

**Datos:**

$$V = 12 \text{ voltios}$$

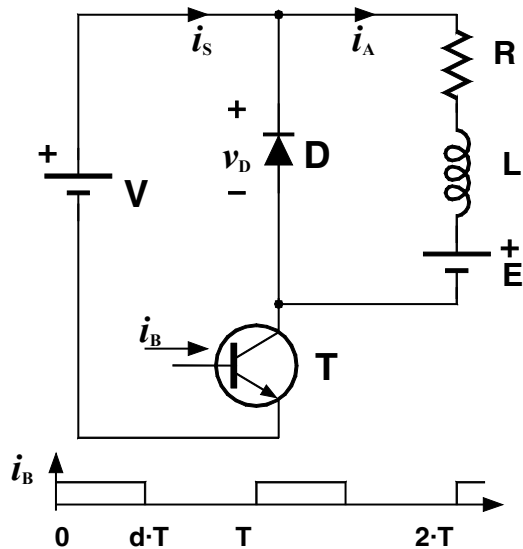
$$R = 0.01 \ \Omega$$

$$L = 100 \ \mu\text{H}$$

$$E = 4 \text{ voltios } d = 0.25$$

$$T = 100 \ \mu\text{s}$$

Semiconductores ideales





## SOLUCIÓN

a) Expresión matemática que describe la corriente que atraviesa la carga.

Transistor ON

$$1.L.K. \quad V = v_L + v_R + E = L \frac{di}{dt} + R \cdot i + E$$

$$\text{Ec.Dif.} \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{L/R} \cdot i = \frac{V - E}{L}$$

$$\text{Sol.Part.} \quad i_p = \frac{V - E}{R}$$

$$\text{Sol. Hom.} \quad i_H = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = \frac{L}{R}$$

$$\text{Sol.} \quad i_1(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V - E}{R}$$

Transistor OFF - diodo ON

$$1.L.K. \quad 0 = v_L + v_R + E = L \frac{di}{dt} + R \cdot i + E$$

$$\text{Ec.Dif.} \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{L/R} \cdot i = -\frac{E}{L}$$

$$\text{Sol.Part.} \quad i_p = -\frac{E}{R}$$

$$\text{Sol. Hom.} \quad i_H = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{Sol.} \quad i_2(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E}{R}$$

**Condiciones de contorno** (Hipótesis de conducción discontinua DCM \*)

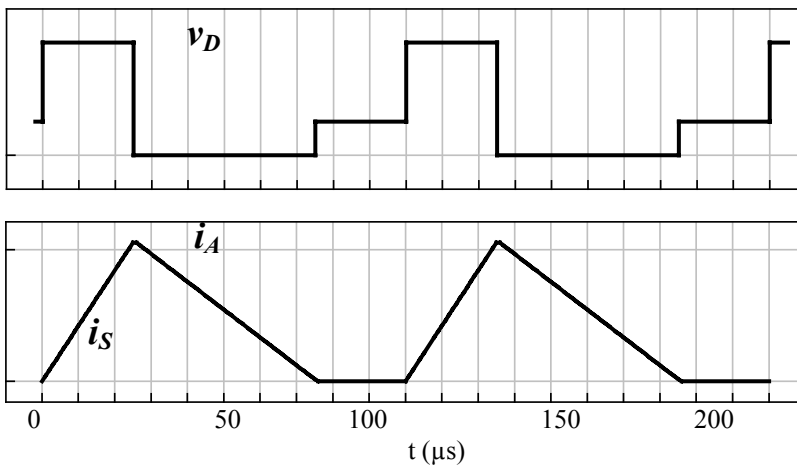
$$[1] \quad i_1(0) = 0 = A + \frac{V - E}{R} \qquad A = -\frac{V - E}{R} = -800$$

$$[2] \quad i_1(d \cdot T) = I_1 = A \cdot e^{-\frac{d \cdot T}{\tau}} + \frac{V - E}{R} \quad I_1 = 2$$

$$[3] \quad i_2(d \cdot T) = I_1 = B \cdot e^{-\frac{d \cdot T}{\tau}} - \frac{E}{R} \quad B = 403$$

$$[4] \quad i_2(t_1) = 0 = B \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} - \frac{E}{R} \quad t_1 = -\tau \cdot \ln\left(\frac{E}{R \cdot B}\right) = 75 \mu s \text{ (Se cumple*)}$$

b) Representación gráfica de las magnitudes  $v_D$ ,  $i_a$ ,  $i_s$ .



La tensión en bornes de la carga es de  $V$  voltios cuando el transistor se encuentra en conducción (entre 0 y 25  $\mu s$ ) y de 0 voltios cuando conduce el diodo (entre 25 y 75  $\mu s$ ). Cuando no conduce ninguno de los anteriores la tensión viene impuesta por la batería,  $E$  voltios entre 75 y 100  $\mu s$ . Esta secuencia se repite con una frecuencia de repetición de 10 kHz.

Con respecto a las corrientes y siguiendo los resultados del apartado anterior, la corriente que atraviesa la batería  $V$  es  $i_s$  que coincide con  $i_a$  entre 0 y 25  $\mu s$  y que partiendo de 0 alcanza 2 A.

La corriente que atraviesa la carga  $i_S$  tras alcanzar  $I_1$  (2 A) al cabo de 25  $\mu s$  se descarga completamente, a través del diodo, llegando a anularse a los 75  $\mu s$  del inicio. Esta secuencia se repite cada 100  $\mu s$ .

c) Intervalo de conducción de cada uno de los semiconductores.

Transistor ON:  $t \in [0, 25 \mu s]$  Diodo ON:  $t \in [25 \mu s, 75 \mu s]$  periodicidad: 100  $\mu s$

2002. JUNIO. P1 - I.A.E.I.

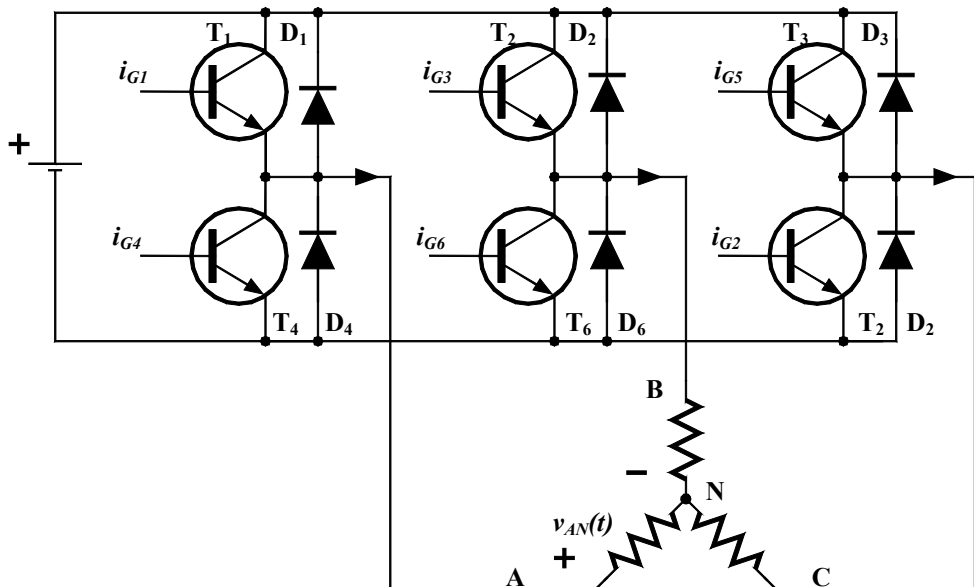
El circuito de la figura es un inversor trifásico que alimenta a la carga equilibrada 3·R, la cual está conectada en configuración de estrella. Para la secuencia de “disparo” representada mediante las corrientes de base (de magnitud suficiente como para llevarlos a saturación) de los transistores correspondientes se pide:

**Para la secuencia de la figura 1:**

- a) Representación razonada de la tensión  $v_{AN}$  en bornes de la carga R.
- b) Cálculo de la tensión eficaz en bornes de la carga R.
- c) Distorsión armónica total de la tensión  $v_{AN}$ .

**Para la secuencia de la figura 2:**

- d) Representación razonada de la tensión  $v_{AN}$  en bornes de la carga R.
- e) Cálculo de la tensión eficaz en bornes de la carga R.
- f) Distorsión armónica total de la tensión  $v_{AN}$ .



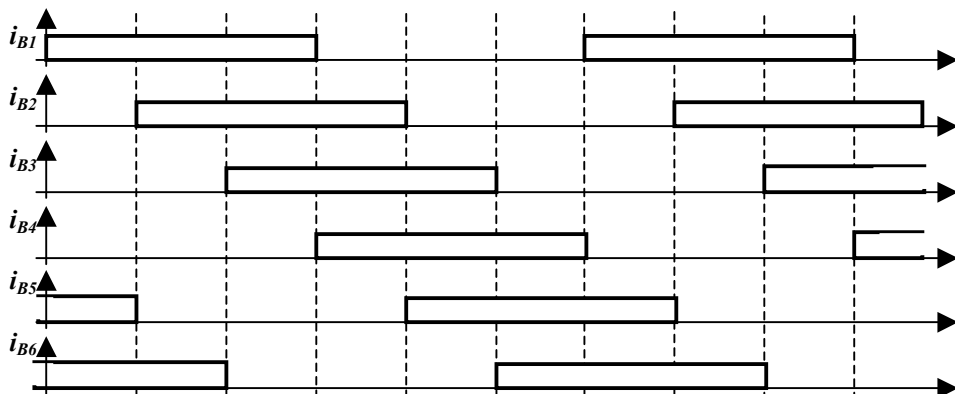


Figura 1. Secuencia de activación a 180° de conducción.

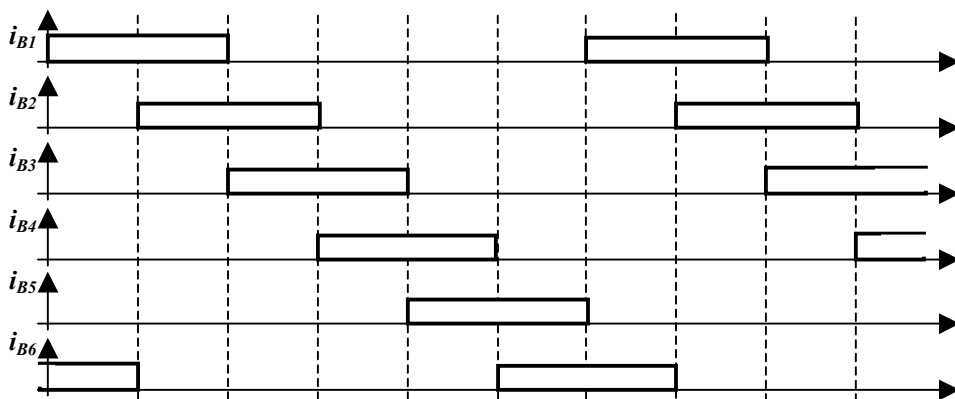
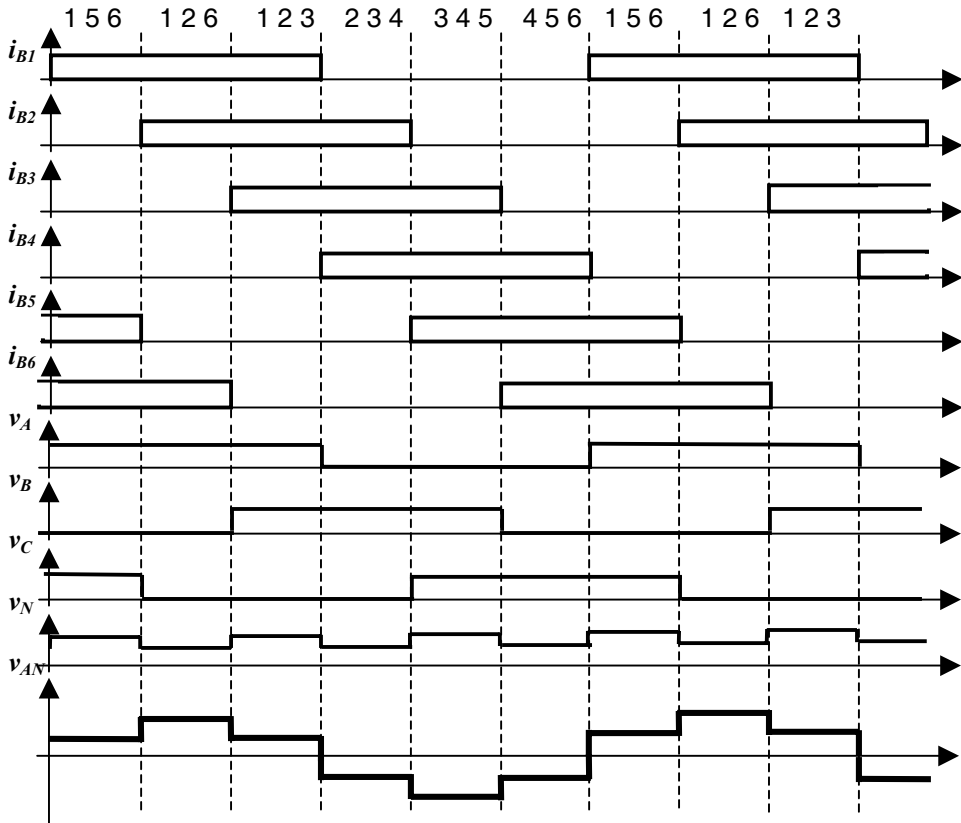


Figura 2. Secuencia de activación a 120° de conducción.

## SOLUCIÓN

a) Representación razonada de la tensión  $v_{AN}$  en bornes de la carga R.



Para obtener la tensión  $v_{AN}$  necesitamos saber en cada instante el valor de  $v_A$  y de  $v_N$ . La tensión del nodo A varía de  $E$  a  $0$  dependiendo de si el transistor se encuentra en saturación o corte. Simultáneamente la tensión del nodo N puede tomar los valores de  $E \cdot (1/3)$  ó  $E \cdot (2/3)$  dependiendo de si existen 2 terminales conectados a  $E$  y el otro a  $0$  o viceversa, siguiendo Millman, para carga equilibrada:

$$v_N = \frac{v_A + v_B + v_C}{3} \rightarrow v_N = \begin{cases} \frac{E}{3} & \text{si } v_{i,j} = 0 \quad v_k = E \\ \frac{2 \cdot E}{3} & \text{si } v_{i,j} = E \quad v_k = 0 \end{cases}$$

$$\text{si } v_A = E \rightarrow v_{AN} = \begin{cases} \frac{2E}{3} & \text{si } v_{i,j} = E \quad v_k = 0 \\ \frac{E}{3} & \text{si } v_{i,j} = 0 \quad v_k = E \end{cases}$$

$$\text{si } v_A = 0 \rightarrow v_{AN} = \begin{cases} -\frac{2E}{3} & \text{si } v_{i,j} = 0 \quad v_k = E \\ -\frac{E}{3} & \text{si } v_{i,j} = E \quad v_k = 0 \end{cases}$$

b) Cálculo de la tensión eficaz en bornes de la carga R.

$$v_{A,EF} = \sqrt{\frac{1}{T} \left\{ 2 \left( \frac{2}{3} E \right)^2 \frac{T}{6} + 4 \left( \frac{1}{3} E \right)^2 \frac{T}{6} \right\}} = \frac{\sqrt{2}}{3} E$$

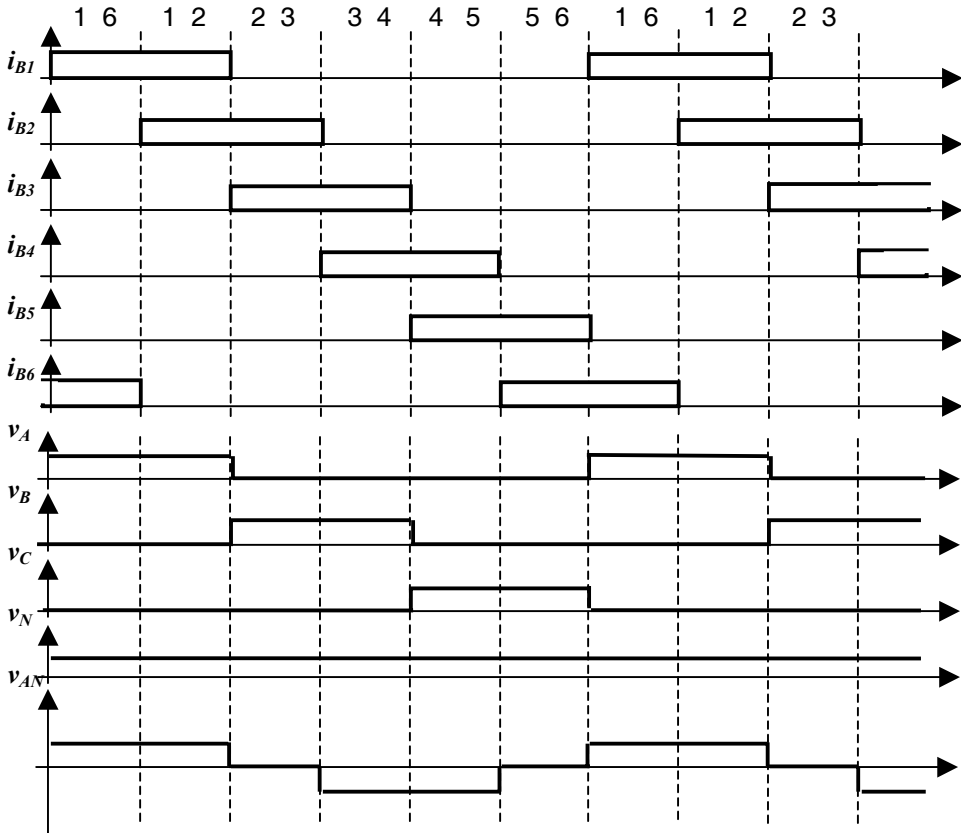
c) Distorsión armónica total de la tensión  $v_{AN}$ .

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \frac{E}{3} \left( \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin(\omega t) d\omega t + 2 \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) d\omega t \right) = \frac{4}{\pi} \frac{E}{3} \left( 1 + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{2}{\pi} E$$

$$V_1 = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} E$$

$$THD = \frac{\sqrt{\left( \frac{\sqrt{2}}{3} E \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{2}}{\pi} E \right)^2}}{\frac{\sqrt{2}}{\pi} E} = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} = 0.31$$

d) Representación razonada de la tensión  $v_{AN}$  en bornes de la carga R.



Para obtener la tensión  $v_{AN}$  necesitamos saber en cada instante el valor de  $v_A$  y de  $v_N$ . La tensión del nodo A varía de  $E$  a  $0$  dependiendo de si el transistor se encuentra en saturación o corte. Simultáneamente la tensión del nodo N solo puede tomar el valor de  $E \cdot (1/2)$  ya que en todo instante uno de los terminales se encuentra a  $E$ , otro se encuentra a  $0$  y el otro esta desconectado, por lo que se produce un divisor de tensiones.

Tenemos, entonces tres posibles situaciones:

$$1) \text{ si } v_A = E \rightarrow v_{AN} = \frac{E}{2}$$

$$2) \text{ si } v_A = 0 \rightarrow v_{AN} = \frac{E}{2}$$

3) si tanto  $T_1-D_1$  como  $T_2-D_2$  se encuentran a OFF  $\rightarrow v_{AN} = 0$  (ya que no circula corriente).

e) Cálculo de la tensión eficaz en bornes de la carga R.

$$v_{A,EF} = \sqrt{\frac{1}{T} \left\{ 4 \left( \frac{E}{2} \right)^2 \frac{T}{6} \right\}} = \frac{E}{\sqrt{6}}$$

f) Distorsión armónica total de la tensión  $v_{AN}$ .

$$B_1 = \frac{2E}{\pi} \left( \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) d\omega t \right) = \frac{2E}{\pi} \left( \cos \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} E$$

$$V_1 = \frac{B_1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3/2}}{\pi} E$$

$$THD = \frac{\sqrt{\left( \frac{1}{\sqrt{6}} E \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{3/2}}{\pi} E \right)^2}}{\frac{\sqrt{3/2}}{\pi} E} = \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - 1} = 0.31$$

---



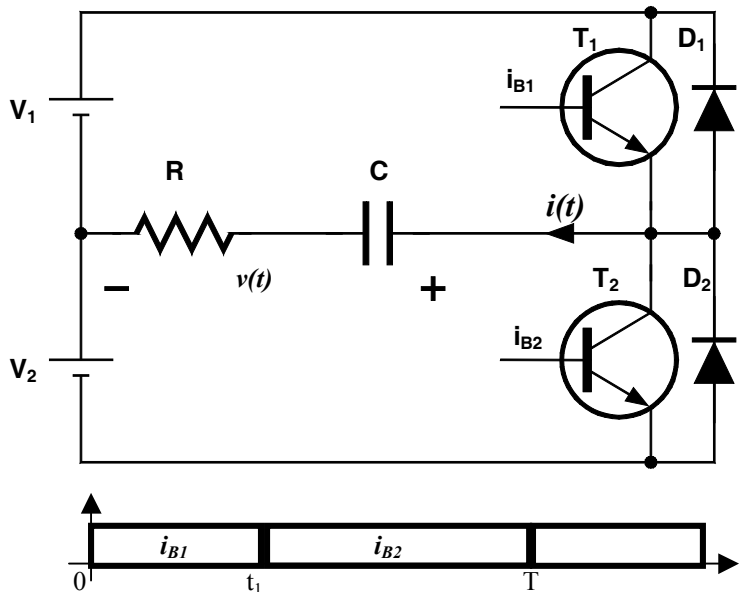
2002. JUNIO. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico que alimenta a la carga RC. Dicho inversor ha estado en funcionamiento durante un largo periodo, tras el cual se puede observar una asimetría en el valor de las tensiones de batería del grupo superior respecto al inferior. Por otra parte, también el circuito de control de disparo se ha desequilibrado, de manera que la duración del intervalo positivo es diferente de la duración del intervalo negativo. La corriente que atraviesa la base de los transistores T1 y T2 es la que aparece representada en la figura. En las condiciones comentadas, en estado estacionario, se pide:

- Representar razonadamente la tensión  $v(t)$  en bornes de la carga.
- Obtener la expresión analítica que define la variación temporal de la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga RC.
- Representar razonadamente, indicando los intervalos de conducción de cada semiconductor y delimitando claramente los puntos más representativos (magnitudes y tiempos), la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga y la tensión  $v_C(t)$  en bornes del condensador.
- Calcular la tensión eficaz y media en bornes de la carga.

**Datos:**

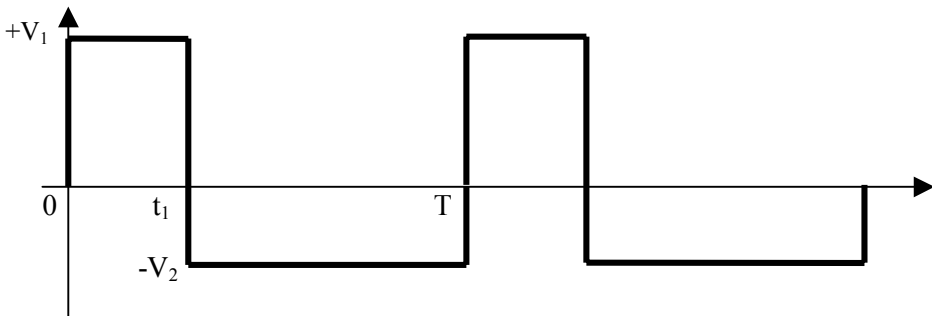
- $V_1 = 310$
- $V_2 = 280$
- $t_1 = 7 \text{ ms}$
- $T = 20 \text{ ms}$
- $R = 100 \ \Omega$
- $C = 66.7 \ \mu\text{F}$
- Semiconductores ideales



**SOLUCIÓN**

- a) Representar razonadamente la tensión  $v(t)$  en bornes de la carga.

Cuando se activa la rama superior T1-D1 la tensión en bornes de la carga es de  $+V_1$  (según el criterio de signos mostrado por el circuito), de manera análoga, cuando se activa la rama inferior T2-D2 la tensión en bornes es de  $-V_2$ .



- b) Obtener la expresión analítica que define la variación temporal de la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga RC.

Para obtener la función corriente cuando se conecta una batería de valor  $V_x$  a la carga planteamos las siguientes expresiones:

$$\text{I.L.K.} \quad V_X = v_R + v_C = R \cdot i + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + v_{C0} \quad [1]$$

$$\text{Ec. Dif.} \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC} i = 0 \quad [2]$$

$$\text{Sol. Part.} \quad i_p = 0 \quad [3]$$

$$\text{Sol. Hom.} \quad i_H = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = RC \quad [4]$$

$$\text{Sol.} \quad i(t) = i_p + i_H = K \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [5]$$

Aplicando la solución general a ambos intervalos:

$$\text{Int. Positivo} \quad i_1(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \in [0, t_1] \quad [6]$$

$$\text{Int. Negativo} \quad i_2(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \in [t_1, T] \quad [7]$$

Condiciones de contorno:

$$v_c(0) = v_{c0} = V_1 - A \cdot R \quad \Rightarrow A = \frac{V_1 - v_{c0}}{R} \quad [8]$$

$$v_c(t_1) = v_{c1} = V_1 - A \cdot R \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad \Rightarrow A = \frac{V_1 - v_{c1}}{R} \cdot e^{\frac{t_1}{\tau}} \quad [9]$$

$$v_c(t_1) = v_{c1} = -V_2 - B \cdot R \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad \Rightarrow B = \frac{-V_2 - v_{c1}}{R} \cdot e^{\frac{t_1}{\tau}} \quad [10]$$

$$v_c(T) = v_{c0} = -V_2 - B \cdot R \cdot e^{-\frac{T}{\tau}} \quad \Rightarrow B = \frac{-V_2 - v_{c0}}{R} \cdot e^{\frac{T}{\tau}} \quad [11]$$

Haciendo [9]=[10]

$$\Rightarrow A = \frac{V_1 + V_2}{R} + B \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \quad [12]$$

Haciendo [8]=[11] y aplicando [12]:

$$\Rightarrow B = -\frac{V_1 + V_2}{R} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \cdot \frac{1}{e^{\frac{t_1}{\tau}}} \approx -11.53 \quad [13]$$

De donde:

$$\text{De [8]:} \quad \Rightarrow A \approx 5.9 - 11.53 \cdot \exp(-10/6.67) = 5.32 \quad [14]$$

$$\text{Por [8] y [12]:} \quad \Rightarrow v_{c0} = -222.51 \quad I_0 = 5.32 \quad [15]$$

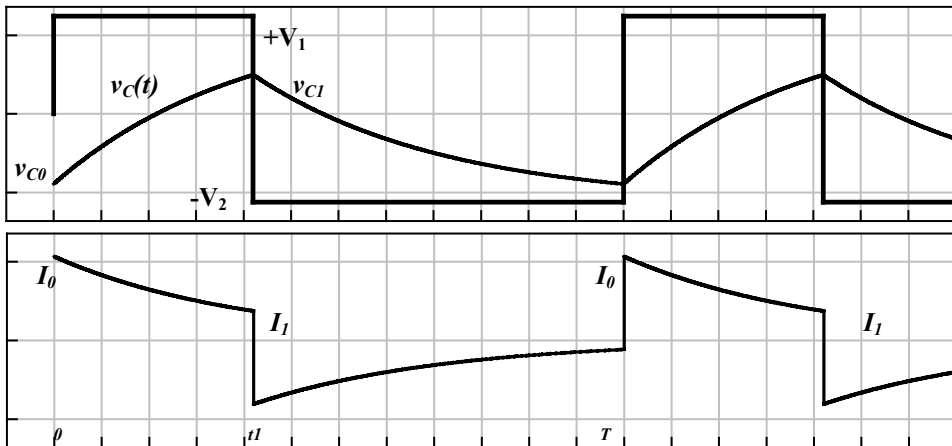
$$\text{Por [9] y [13]:} \quad \Rightarrow v_{c1} = 123.56 \quad I_1 = B \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} \approx -4.04 \quad [16]$$

Por lo que:

$$\text{Int. Positivo} \quad i_1(t) = 5.32 \cdot e^{-\frac{t}{0.00667}} \quad t \in [0, 0.007] \quad [17]$$

Int. Negativo  $i_2(t) = -11.53 \cdot e^{-\frac{t}{0.00667}} \quad t \in [0.007, 0.02] \quad [18]$

- c) Representar razonadamente, indicando los intervalos de conducción de cada semiconductor y delimitando claramente los puntos más representativos (magnitudes y tiempos), la corriente  $i(t)$  que atraviesa la carga y la tensión  $v_C(t)$  en bornes del condensador.



- d) Calcular la tensión eficaz y media en bornes de la carga..

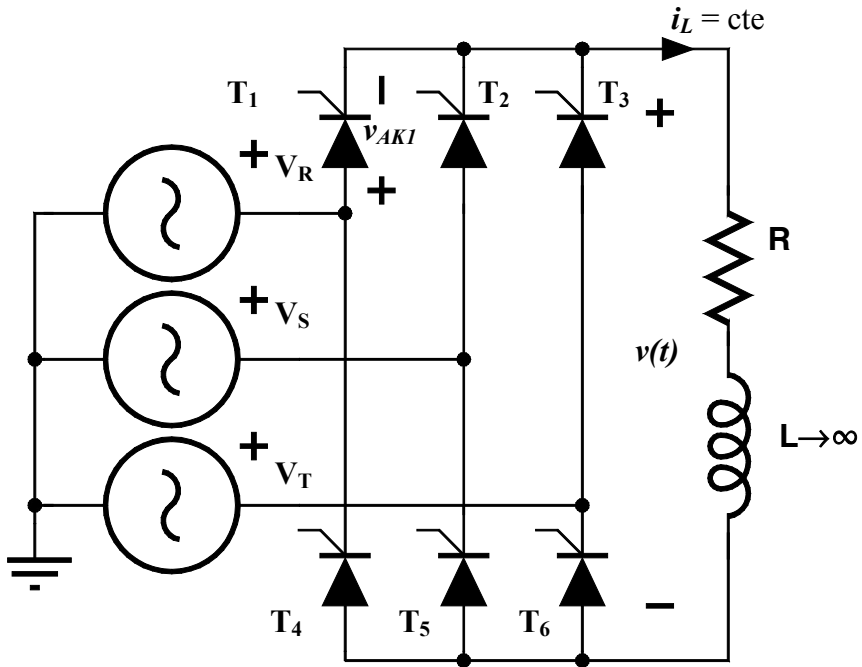
$$V_E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} = \sqrt{50 \cdot [310^2 \cdot 0.007 + 280^2 \cdot 0.013]} = 291$$

$$V_{CC} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt = 50 \cdot [310 \cdot 0.007 - 280 \cdot 0.013] = -73.5$$

2002. JUNIO. P3 - I.A.E.I.

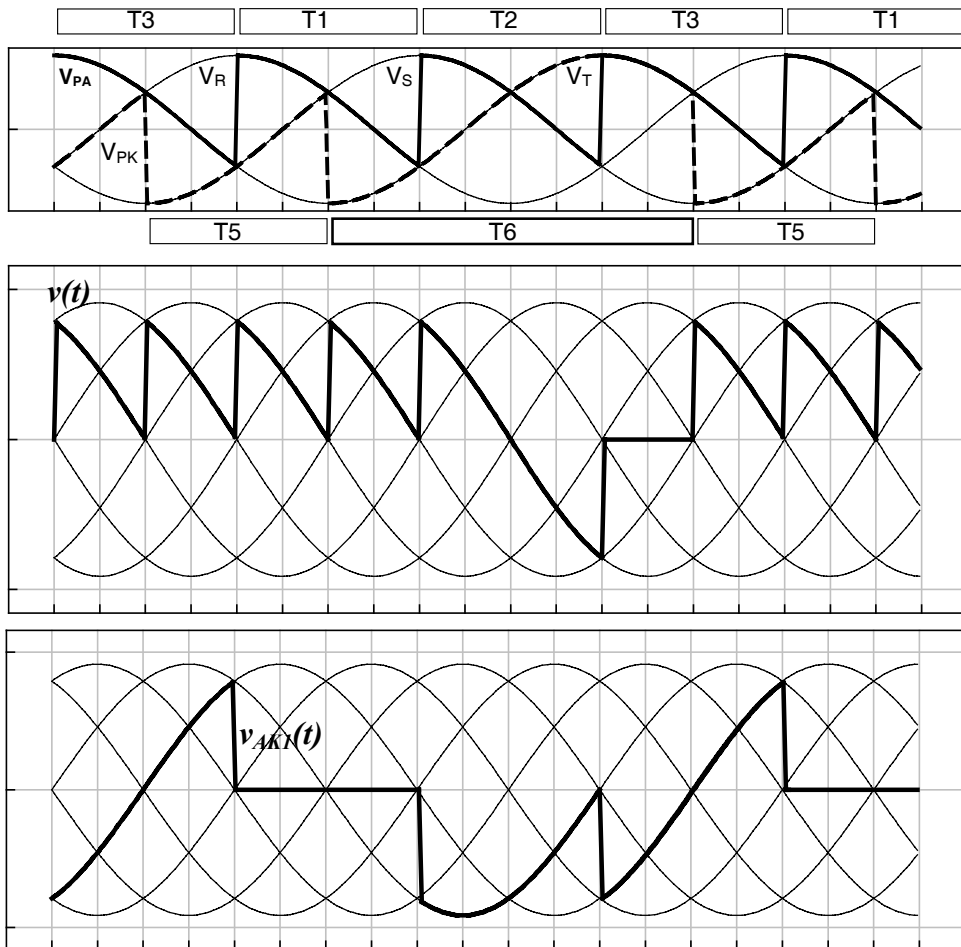
El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado. En un instante dado, se destruye el tiristor  $T_4$ , por lo que dicha rama queda abierta. En estas condiciones, y para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/3$ , se pide:

- Obtener, de manera razonada, la forma de onda, así como el valor medio, de la tensión  $v(t)$  que aparece en bornes de la carga.
- Obtener, razonadamente, la forma de onda de la tensión ánodo cátodo  $v_{AK1}$  del tiristor  $T_1$ .



### SOLUCIÓN

La secuencia de conducción aparece indicada en los recuadros, como consecuencia se tiene  $V_{PA}$ ,  $V_{PK}$ , como resta  $v(t)$ , y por diferencia entre  $V_R$  y  $V_{PK}$  se tiene  $v_{AK1}$ .



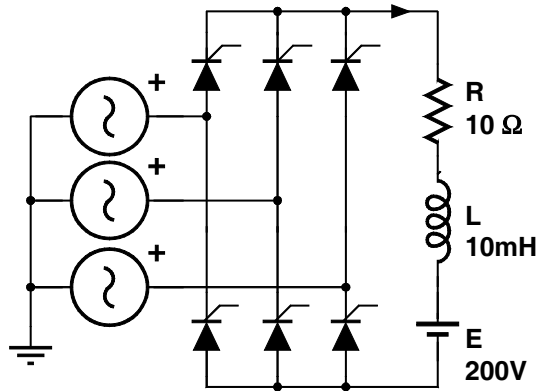
$$\text{Valor medio: } V_{CC} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2} \cdot 220}{2 \cdot \pi} \cdot 3 \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2} \cdot 220}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{3}{2} = 128.6$$

2002. SEPTIEMBRE. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado que alimenta a una carga RLE.

Para un ángulo de disparo  $\alpha = \pi / 2$  se pide:

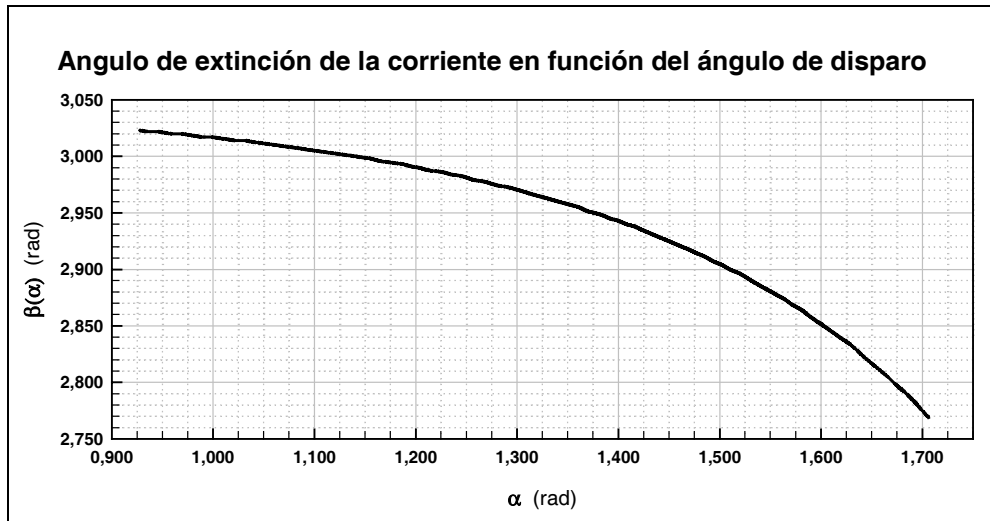
- Representar, razonadamente, la tensión en bornes de la carga.
- Determinar el valor medio de tensión en bornes de la carga.
- Determinar el valor medio de la potencia entregada a la batería.



**Datos:**

Semiconductores ideales

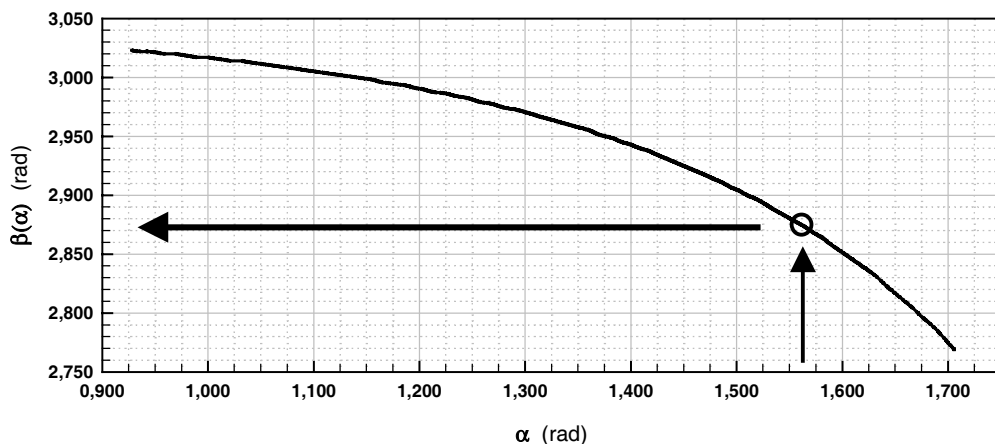
$|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 220 \text{ V}_{ef} @ 50\text{Hz}$   
(Red de energía eléctrica)



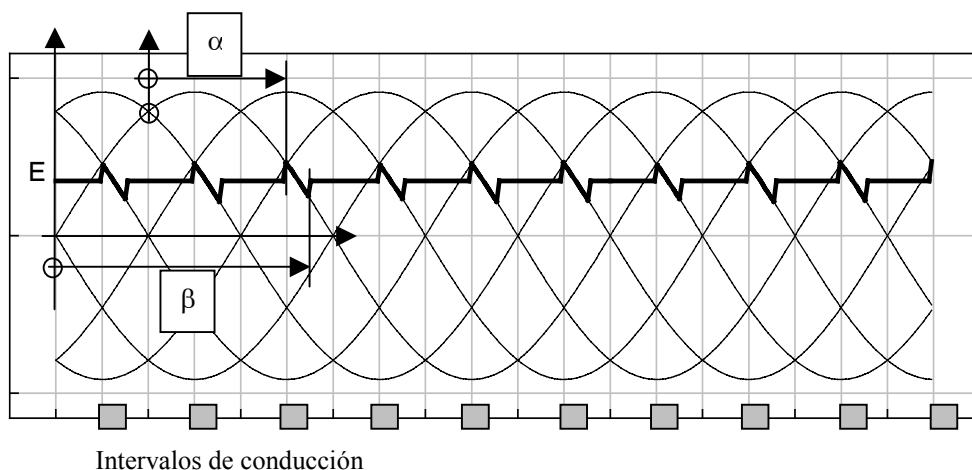
### SOLUCIÓN

a) Representar, razonadamente, la tensión en bornes de la carga.

Podemos determinar el ángulo de extinción para  $\alpha = \pi / 2$  que es  $\beta = 2.87$  rd.



Lo que nos permite representar directamente la tensión en bornes de la carga que es la tensión entregada por el rectificador entre  $\alpha = \pi / 2$  y  $\beta = 2.87$ , y es E el resto del intervalo, con una periodicidad de  $\pi / 3$  (¡ojo con los orígenes de  $\alpha$  y  $\beta$ !).





b) Determinar el valor medio de tensión en bornes de la carga.

$$V_{CC} = \frac{1}{\pi/3} \left\{ \left( \int_{-\frac{\pi}{6} + \alpha}^{\frac{\pi}{6} + \alpha} \sqrt{3}\sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega t) d\omega t \right) + \left( \int_{\beta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6} + \alpha} E \cdot d\omega t \right) \right\}$$

c) Determinar el valor medio de la potencia entregada a la batería.

En primer lugar hay que determinar el valor medio de la corriente que atraviesa la carga. Eso se puede deducir haciendo el siguiente razonamiento:

1. El valor medio de la tensión en bornes de la carga (ya determinado en el apartado anterior) es igual a la suma de los valores medios de cada uno de los componentes por la propiedad de aditividad de la función integral aplicada a la obtención del valor medio.
2. Al encontrarnos en conducción discontinua el valor inicial y final de corriente a lo largo de un periodo de repetición son el mismo, de hecho, cero. Por ello, y dado que la tensión en la bobina se define como:

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T v_L \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \left( L \frac{di}{dt} \right) \cdot dt$$

$$\overline{v_L} = \frac{L}{T} \int_{i(0)}^{i(T)} di \rightarrow \overline{v_L} = \frac{L}{T} [i(T) - i(0)] = 0$$

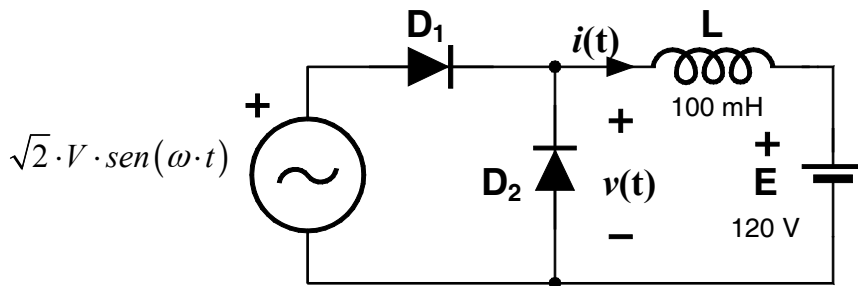
3. Así pues, como el valor medio de la tensión en bornes de la resistencia, por ley de Ohm coincide con el valor medio de la corriente multiplicada por R, podemos deducir:

$$V_{CC} = \overline{v_L} + \overline{v_R} + E = I_{CC} \cdot R + E \Rightarrow I_{CC} = \frac{V_{CC} - E}{R} \Rightarrow P_E = I_{CC} \cdot E$$

**Nota:** Podemos deducir de la figura del apartado a) que, al ser muy pequeño el intervalo de conducción,  $V_{CC} \approx E$  y, en consecuencia,  $I_{CC}$  será despreciable, así como la potencia entregada a la batería.

2003. JUNIO. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador monofásico de simple onda que alimenta a la carga LE, el cual se encuentra funcionando en régimen permanente.



**Se pide :**

1. Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga.
2. Obtener el valor máximo de la corriente que atraviesa el diodo  $D_1$  y la corriente media que atraviesa el diodo  $D_2$ .
3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.

**Datos:**

Semiconductores ideales

$V = 220$  Voltios

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$

---

## SOLUCIÓN

1. Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga.

Planteando la hipótesis de conducción discontinua (que deberemos confirmar con los resultados) el inicio de la conducción sucede en el instante en que la tensión de la red de distribución de energía eléctrica supere a la tensión de la batería. El “ángulo eléctrico” en que sucede eso es:

$$[1] \quad \eta = \arcsen \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V}$$

En ese momento el diodo D1 se polariza en directo y empieza a conducir conectando la carga a la red eléctrica, cumpliéndose que:

$$[2] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_L + E \quad \text{1ª ley de Kirchoff}$$

$$[3] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + E \Rightarrow di(t) = \left\{ \frac{\sqrt{2} \cdot V}{L} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - \frac{E}{L} \right\} dt$$

Integrando:

$$[4] \quad \int_0^{i(t)} di = \int_{\eta}^{\omega \cdot t} \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega \cdot L} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) - \int_{\frac{\eta}{\omega}}^t \frac{E}{L} \cdot dt$$

Obtenemos:

$$[5] \quad i(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega \cdot L} \cdot (\cos(\eta) - \cos(\omega \cdot t)) - \frac{E}{L} \left( t - \frac{\eta}{\omega} \right)$$

Expresión que es válida desde  $(\eta/\omega)$  y mientras que la corriente  $i(t) > 0$  (diodo D<sub>1</sub> en funcionamiento) y no se polarice el diodo D<sub>2</sub>. El diodo D<sub>2</sub> se polarizará cuando la tensión de red cruce por cero entrando en el semiciclo negativo. En ese instante la corriente vale:

$$[6] \quad i\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega \cdot L} \cdot (\cos(\eta) - \cos(\pi)) - \frac{E}{L} \left( \frac{\pi - \eta}{\omega} \right) = I_0 > 0$$

Valor que, al ser positivo, indica que D<sub>1</sub> conducía en el instante en que D<sub>2</sub> se polariza en directo (pasando a conducir). A partir de ese momento la tensión en bornes de la carga viene fijada por la caída de tensión en el diodo D<sub>2</sub> que, al suponerlo ideal, vale cero voltios. En consecuencia, la tensión en la carga:

$$[7] \quad 0 = v_L + E$$

1ª ley de Kirchoff

$$[8] \quad 0 = L \cdot \frac{di(t)}{dt} + E \Rightarrow di(t) = -\frac{E}{L} dt$$

Integrando:

$$[9] \quad \int_{I_0}^{i(t)} di = -\int_{\frac{\pi}{\omega}}^t \frac{E}{L} \cdot dt$$

Obtenemos:

$$[10] \quad i(t) = I_0 - \frac{E}{L} \left( t - \frac{\pi}{\omega} \right)$$

Expresión que es válida desde  $(\pi/\omega)$  y mientras que la corriente  $i(t) > 0$  (diodo  $D_2$  en funcionamiento). El instante en que la corriente alcanza el valor cero (se extingue) vendrá dado por:

$$[11] \quad t_0 = \frac{I_0 \cdot L}{E} + \frac{\pi}{\omega} < T \quad (t_0 = 17.125 \text{ ms})$$

instante que, al ser inferior al periodo total  $T$  (20 ms), confirma nuestra hipótesis inicial de circuito en conducción discontinua.

Dando valores numéricos a la expresión de  $i(t)$ :

$$[12] \quad i(t) = \begin{cases} 9.9 \cdot (0.923 - \cos(314.2 \cdot t)) - 1200(t - 0.00126) & 0.4 < \omega \cdot t < \pi \\ 8.55 - 1200 \cdot (t - 0.01) & \pi < \omega \cdot t < 5.4 \\ 0 & 5.4 < \omega \cdot t < (2 \cdot \pi + 0.4) \\ 2 \cdot \pi - \text{periodica} & \end{cases}$$

2. Obtener el valor máximo de la corriente que atraviesa el diodo  $D_1$  y la corriente media que atraviesa el diodo  $D_2$ . (40%)

El máximo de la corriente viene determinado por el instante en que la corriente alcanza la pendiente nula ( $di/dt=0$ ), como la pendiente viene dada por la relación:

$$[13] \quad \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \left\{ \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E \right\}$$

Tenemos que se anula en:

$$[14] \quad \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \omega \cdot t = \operatorname{arcsen} \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V} \begin{cases} \omega \cdot t = \eta & \text{min} \\ \omega \cdot t = \pi - \eta & \text{max} \end{cases}$$

En consecuencia, la máxima corriente vale:

$$[15] \quad I_{MAX} = i \left( \frac{\pi - \eta}{\omega} \right) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega \cdot L} \cdot 2 \cdot \cos(\eta) - \frac{E}{L} \left( \frac{\pi - 2 \cdot \eta}{\omega} \right) \approx 9.3 \text{ A}$$

La corriente media que atraviesa al diodo D2 viene expresada por la relación:

$$[16] \quad \overline{I_{D2}} = \frac{1}{T} \cdot Area \quad \text{siendo} \quad Area = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \left\{ t_0 - \frac{T}{2} \right\} = \frac{1}{2} \cdot 8.55 \cdot 0.007125 \approx 0.03 \text{ A} \cdot \text{s}$$

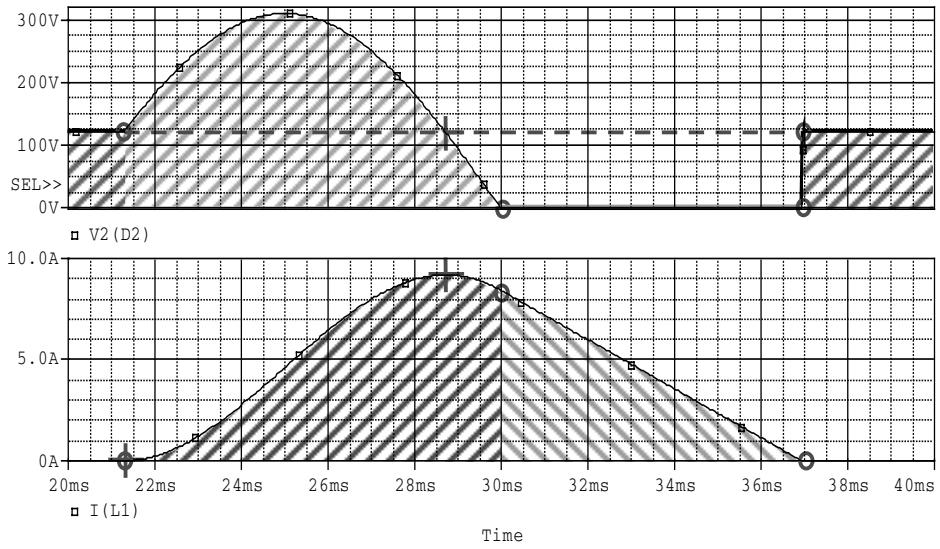
$$[17] \quad \overline{I_{D2}} = \frac{1}{T} \cdot Area \approx 1.5 \text{ A}$$

3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa. (10%)

$$\text{Inicio de la conducción por } D_1: \frac{\eta}{\omega} = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{arcsen} \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V} = 1.3 \text{ ms}$$

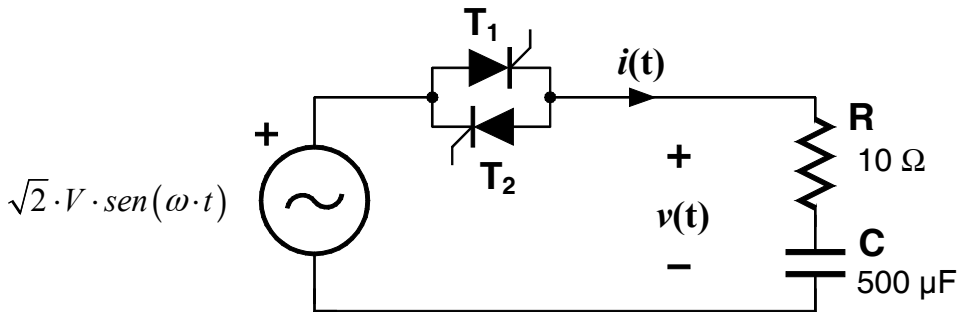
$$\text{Llega al máximo en: } \frac{\pi - \eta}{\omega} = 8.7 \text{ ms}$$

De 10 ms en adelante conduce  $D_2$  y la corriente baja linealmente hasta anularse  $t_0=17.125 \text{ ms}$



2003. JUNIO. P2 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un regulador de alterna monofásico que alimenta a la carga RC, el cual se encuentra funcionando en régimen permanente, con un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/3$ .



**Se pide:**

1. Obtener el valor eficaz de la tensión en bornes de la carga.
2. Obtener el valor de máximo de la corriente que atraviesa la carga.
3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.

**Datos:**

Semiconductores ideales

$$V = 220 \text{ Voltios} \quad \text{Se sabe que } v_c\left(\frac{2 \cdot \pi}{\omega}\right) = -120 \text{ Voltios}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$$

**SOLUCIÓN**

1. Obtener el valor eficaz de la tensión en bornes de la carga. (50%)

Tal y como se comprobará en el apartado tercero, la tensión de la red de distribución de energía eléctrica aparece en bornes de la carga desde el momento del disparo hasta la extinción de la corriente, lo que sucede en:

$$[1] \quad \eta = \pi - \arcsen \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V}$$

siendo E el valor absoluto con que inicialmente aparece cargado el condensador (120 V). El resto del tiempo del semiciclo positivo la tensión en bornes de la carga, al no circular corriente a través de ésta, coincidirá con la tensión a la que permanece cargado el condensador (-120 V al inicio del semiciclo y +120 V al final del semiciclo). En consecuencia la tensión eficaz en bornes de la carga será:

$$[2] \quad I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\alpha}^{\pi-\eta} [\sqrt{2} \cdot V \cdot \sen(\omega \cdot t)]^2 \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\pi-\eta}^{\pi+\alpha} E^2 \cdot d(\omega \cdot t) \right\}} \approx 211 \text{ V}$$

2. Obtener el valor de máximo de la corriente que atraviesa la carga. (40%)

La corriente atraviesa a la carga desde el mismo instante en que se dispara alguno de los dos tiristores. En esas circunstancias la tensión de la red de distribución de energía eléctrica se encuentra en bornes de la carga y podemos decir :

$$[3] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \sen(\omega \cdot t) = v_R + v_C \text{ 1ª ley de Kirchoff}$$

$$[4] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \sen(\omega \cdot t) = R \cdot i + \frac{1}{C} \int_{\frac{\alpha}{\omega}}^t i \cdot dt + v_{C0}$$

Derivando:

$$[5] \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \omega}{R} \cdot \cos(\omega \cdot t) \text{ llamando } \tau = R \cdot C$$

Ecuación diferencial ordinaria de primer orden cuya solución es suma de dos, la solución a la ecuación diferencial homogénea y una solución particular que satisfaga las relaciones de partida.

Se puede escoger como solución particular aquella que determina la corriente en régimen estacionario senoidal atravesando a la carga (satisface la relación de partida, esto es, la primera ley de Kirchoff).



**[6]**

$$i_p(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde } I = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 \cdot C^2}}} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$$

La solución homogénea:

$$\mathbf{[7]} \quad i_p(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La solución completa:

$$\mathbf{[8]} \quad i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde la constante A es desconocida.}$$

Condiciones de contorno, en el instante inicial se cumple que:

$$\mathbf{[9]} \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha) = v_R + v_C = R \cdot \left\{ A \cdot e^{-\frac{\alpha}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}(\alpha - \varphi) \right\} - E$$

Todo es conocido y A se puede expresar como:

$$\mathbf{[10]} \quad A = \left\{ \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha) + E}{R} - I \cdot \text{sen}(\alpha - \varphi) \right\} \cdot e^{\frac{\alpha}{\omega \tau}}$$

Quedando la expresión:

**[11]**

$$i(t) = I \cdot \left\{ \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \text{sen}(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega \tau}} \right\} + \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha) + E}{R} \cdot e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega \tau}}$$

Representando la función se observa que para el intervalo  $\omega t \in [\alpha, \eta]$  dicha función es monótona decreciente por lo que el máximo valor se alcanza en el instante del disparo del tiristor ( $t = \alpha/\omega$ ):

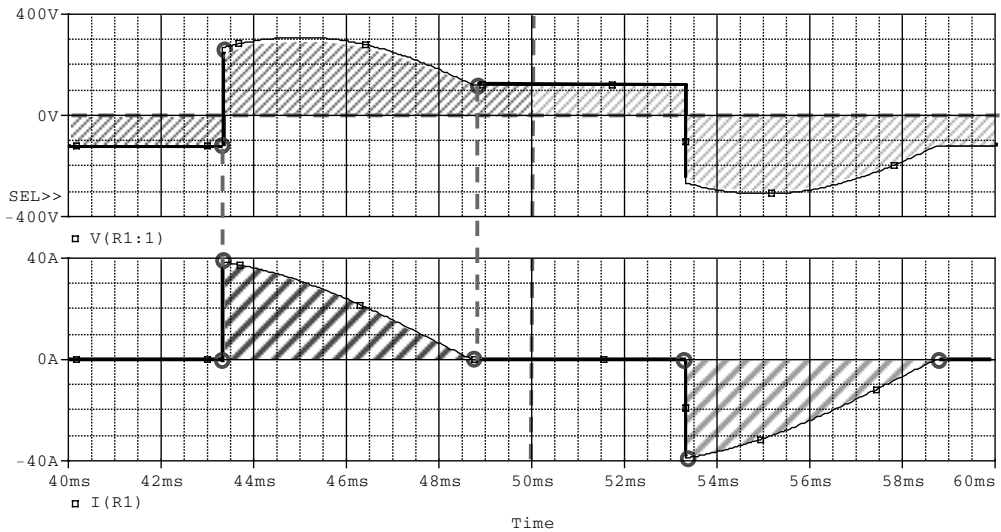
$$\mathbf{[12]} \quad I_{MAX} = i\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha) + E}{R} \approx 39 \text{ A}$$

3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.

Inicio de la conducción por  $T_1$ :  $t_0 = \frac{\pi/3}{\omega} = 3.3 \text{ ms}$

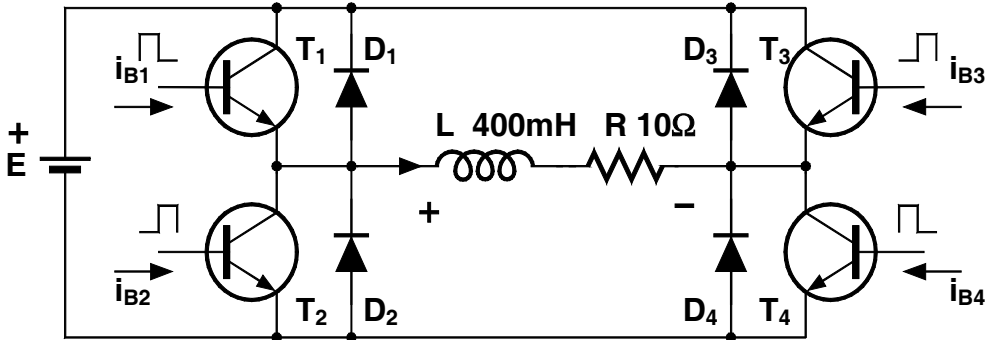
Fin de la conducción por  $T_1$ :  $t_1 = \frac{\eta}{\omega} = \frac{1}{\omega} \cdot \left\{ \pi - \arcsen \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V} \right\} = 8.7 \text{ ms}$

De  $t_1$  en adelante no hay conducción por lo que la tensión del condensador permanece a  $+E$  voltios. Por simetría, ente 0 y  $t_0$  la tensión en el condensador (y en toda la carga, al no existir corriente) debe ser  $-E$  voltios.



2003. JUNIO. P3 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico el cual se encuentra funcionando con una ley de disparo cuadrada, habiendo alcanzado ya el régimen permanente (régimen estacionario).



Se pide:

1. Determinar el intervalo de conducción de cada semiconductor.
2. Obtener el valor máximo de corriente que atraviesa la carga.
3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.

Datos:

Semiconductores ideales.

**SOLUCIÓN****1.** Determinar el intervalo de conducción de cada semiconductor. (40%)

Cuando conduce la diagonal 1-4 la tensión en bornes de la carga es +E voltios y, en esa situación se puede decir:

$$[1] \quad E = v_L + v_R = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \quad \text{1ª ley de Kirchoff}$$

$$[2] \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = \frac{E}{L}$$

Ecuación diferencial ordinaria de primer orden, cuya solución es suma de la solución de la ecuación diferencial homogénea y de una solución particular que resuelva la relación de partida expresada por [1], como por ejemplo la solución que para dicho circuito se conoce en régimen estacionario de continua (DC).

$$[3] \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$[4] \quad i_P(t) = \frac{E}{R}$$

Como condiciones de contorno, nos encontramos trabajando en régimen estacionario y por lo tanto, la solución matemática dada en el semiciclo positivo (diagonal 1-4) debe de ser la misma que la dada para el semiciclo negativo (diagonal 2-3) y como, por otra parte, la carga posee una bobina, la corriente no puede presentar discontinuidades, en consecuencia:

$$[5] \quad \left. \begin{aligned} i(0) = -I_0 = A + \frac{E}{R} \\ i\left(\frac{T}{2}\right) = +I_0 = A \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} + \frac{E}{R} \end{aligned} \right\} \text{Condiciones de contorno}$$

De donde:

**[6]**

$$A = -2 \cdot \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \Rightarrow I_0 = \frac{E}{R} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}} \approx 2.74 \text{ A} \Rightarrow A = -\left(I_0 + \frac{E}{R}\right)$$

En consecuencia la ecuación de la corriente es:

$$[7] \quad i(t) = \begin{cases} \frac{E}{R} - \left( \frac{E}{R} + I_0 \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & 0 < t < T/2 \\ -\frac{E}{R} + \left( \frac{E}{R} + I_0 \right) \cdot e^{-\frac{t-T/2}{\tau}} & T/2 < t < T \\ T - \text{periodica} & \end{cases}$$

Cuando conduce la diagonal 1-4 la tensión en bornes de la carga es +E voltios y, en esa situación cuando la corriente es positiva puede atravesar a los transistores (la corriente fluirá desde el colector al emisor de los transistores NPN). Sin embargo, cuando la corriente posee signo negativo no puede circular a través de los transistores y necesariamente lo hace atravesando a los diodos D1 y D4 en antiparalelo con los transistores T1 y T4, respectivamente. Así pues, para determinar el intervalo de conducción de cada semiconductor es necesario obtener el instante en que la corriente cambia de signo.

$$[8] \quad i(t_0) = 0 = \frac{E}{R} - \left( \frac{E}{R} + I_0 \right) \cdot e^{-\frac{t_0}{\tau}} \Rightarrow t_0 = \tau \cdot \ln \left[ 1 + \frac{I_0 \cdot R}{E} \right] \approx 4.7 \text{ ms}$$

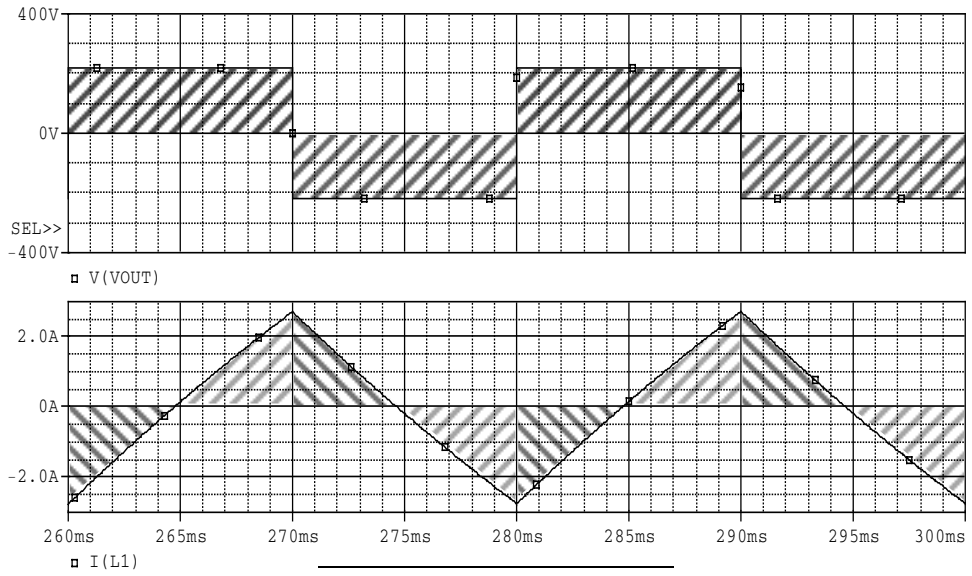
Así pues:

- Los diodos D<sub>1</sub> y D<sub>4</sub> conducen durante el intervalo [0, 4.7 ms]
- Los transistores T<sub>1</sub> y T<sub>4</sub> conducen durante el intervalo [4.7 ms, 10 ms]
- Los diodos D<sub>2</sub> y D<sub>3</sub> conducen durante el intervalo [10 ms, 14.7 ms]
- Los transistores T<sub>2</sub> y T<sub>3</sub> conducen durante el intervalo [14.7 ms, 20 ms]
- Se repite la secuencia con un periodo de repetición de 20 ms

2. Obtener el valor máximo de corriente que atraviesa la carga. (40%)

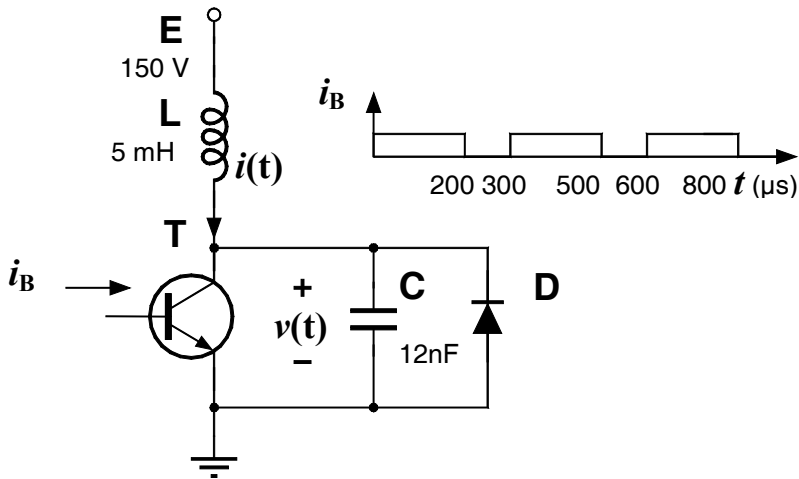
Como la solución es una exponencial su valor límite se alcanza al final del intervalo, por lo que los valores máximo y mínimo respectivamente son +I<sub>0</sub> y -I<sub>0</sub> (+2.74 A y -2.74 A, respectivamente).

3. Representar razonadamente (definiendo claramente amplitudes y duraciones) la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa. (20%)



2003. SEPTIEMBRE. P1 - I.A.E.I.

La figura representa el circuito de deplexión empleado en un monitor de televisión. Por un fallo en el circuito de control el cronograma de la corriente de base (de magnitud suficiente como para llevar a saturación al transistor) es el que se señala en la figura.



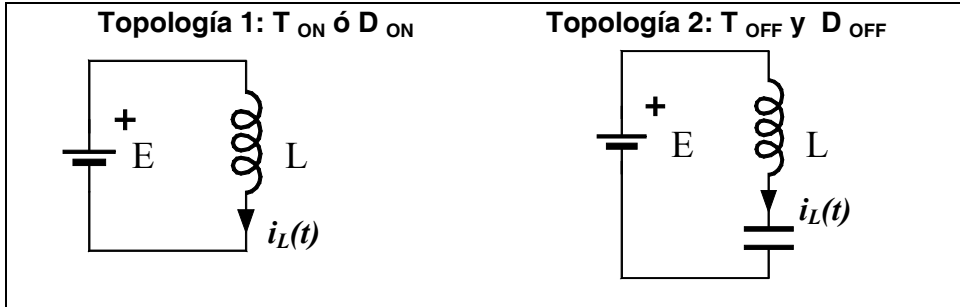
Suponiendo que dicho circuito comienza su funcionamiento en el instante  $t = 0$  (con la bobina y el condensador inicialmente descargados), **para el intervalo  $t \in [0, 900 \mu\text{s}]$  se pide :**

- Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$
- Deducir la expresión matemática de la tensión en bornes del condensador,  $v(t)$
- Enumerar razonadamente el intervalo de conducción de cada semiconductor. Representar la corriente que atraviesa la bobina.

**SOLUCIÓN**

a) Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$

El circuito presenta dos posibles topologías



*Resolución general Topología 1:* Intervalo  $t' \in [t_0, t_1]$

Nuevo origen de tiempos  $t = t' - t_0$

Condiciones iniciales:  $i_L(0) = I_0$   $v_C(0) = 0$  (al estar T ó D a ON)

$$\text{1.L.K. } E = v_L(t) \rightarrow L \frac{di}{dt} = E \rightarrow i(t) = \frac{E}{L} \cdot t + K \quad [1]$$

Cond. Contorno  $i(0) = I_0 \rightarrow K = I_0$

$$\text{Solución } i(t) = \frac{E}{L} \cdot t + I_0 \quad [2]$$

Condiciones finales:  $i_L(t_1 - t_0) = I_1 = \frac{E}{L} \cdot (t_1 - t_0) + I_0$

$$v_C(t_1 - t_0) = 0$$

*Resolución general Topología 2:* Intervalo  $t' \in [t_A, t_B]$

Nuevo origen de tiempos  $t = t' - t_A$

Condiciones iniciales:  $i_L(0) = I_A$   $v_C(0) = v_A$



$$1.L.K. \quad E = v_L(t) + v_C(t) \rightarrow \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC} i = 0 \rightarrow s^2 + \omega_0^2 = 0 \quad [3]$$

Solución general

$$i(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

Cond. Contorno

$$\left. \begin{aligned} i(0) = I_A = A \cdot \cos(\varphi) \\ \left. \frac{di}{dt} \right|_0 = \frac{E - v_A}{L} = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\varphi) \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{cases} \varphi = \arctan\left(-\frac{E - v_A}{I_A \cdot \omega_0 \cdot L}\right) \\ A = \frac{I_A}{\cos(\varphi)} \end{cases} \quad [4]$$

Solución

$$i(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi)$$

$$v(t) = \frac{A}{\omega_0 \cdot C} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi) + v_A \quad [5]$$

Condiciones finales:

$$i_L(t_B - t_A) = A \cdot \cos(\pi) = -A \quad v_C(t_B - t_A) = 0$$

Donde  $t_B = t_A + \frac{\pi}{\omega_0}$  es el instante en que se polariza el diodo y pasa a la topología 1.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 129099$$

**Enumeración de los intervalos (tiempo en  $\mu s$ ):**

[0,200]: Int 1. T 1.  $I_0 = 0 \quad I_1 = 6A \quad (T_{ON})$

[200,224.3]: Int 2. T 2.  $I_A = 6A \quad \varphi = 0.04 \quad A \approx 6A \quad I_B = -6A$

[224.3,  $t_C$ ]: Int 3. T 1.  $I_0 = -6A. \quad I_1 = 0A \quad t_C = t_A + \frac{I_0 \cdot L}{E} \quad (D_{ON})$

$$[424.3,500]: \text{Int 3'. T 1. } I_0 = 0 \quad I_1 = 2.3A \quad (\text{T}_{\text{ON}})$$

$$[500,524.3]: \text{Int 4. T 2. } I_A = 2.3A \quad \varphi = 0.04 \quad A \approx 2.3A \quad I_B = -2.3A$$

$$[524.3,t_c]: \text{Int 5. T 1. } I_0 = -2.3A. \quad I_1 = 0A \quad t_c = t_A + \frac{I_0 \cdot L}{E} \quad (\text{D}_{\text{ON}})$$

$$[600,800]: \text{Int 5'. T 1. } I_0 = 0 \quad I_1 = 6A \quad (\text{T}_{\text{ON}})$$

$$[800,824.3]: \text{Int 6. T 2. } I_A = 6A \quad \varphi = 0.04 \quad A \approx 6A \quad I_B = -6A$$

$$[824.3,t_c]: \text{Int 7. T 1. } I_0 = -6A. \quad I_1 = 0A \quad t_c = t_A + \frac{I_0 \cdot L}{E} \quad (\text{D}_{\text{ON}})$$

$$[1024.3,1100]: \text{Int 7'. T1. } I_0 = 0 \quad I_1 = 2.3A \quad (\text{T}_{\text{ON}})$$

**Solución Total:**

$$i_L(t) = \begin{cases} 30000 \cdot t & t \in [0, 200 \cdot 10^{-6}] \\ 6 \cdot \cos(129099 \cdot [t - 200 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [200 \cdot 10^{-6}, 224.3 \cdot 10^{-6}] \\ 30000 \cdot [t - 224.3 \cdot 10^{-6}] - 6 & t \in [224.3 \cdot 10^{-6}, 500 \cdot 10^{-6}] \\ 2.3 \cdot \cos(129099 \cdot [t - 500 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [500 \cdot 10^{-6}, 524.3 \cdot 10^{-6}] \\ 30000 \cdot [t - 524.3 \cdot 10^{-6}] - 2.3 & t \in [524.3 \cdot 10^{-6}, 800 \cdot 10^{-6}] \\ 6 \cdot \cos(129099 \cdot [t - 800 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [800 \cdot 10^{-6}, 824.3 \cdot 10^{-6}] \\ 30000 \cdot [t - 824.3 \cdot 10^{-6}] - 6 & t \in [824.3 \cdot 10^{-6}, 1100 \cdot 10^{-6}] \end{cases}$$

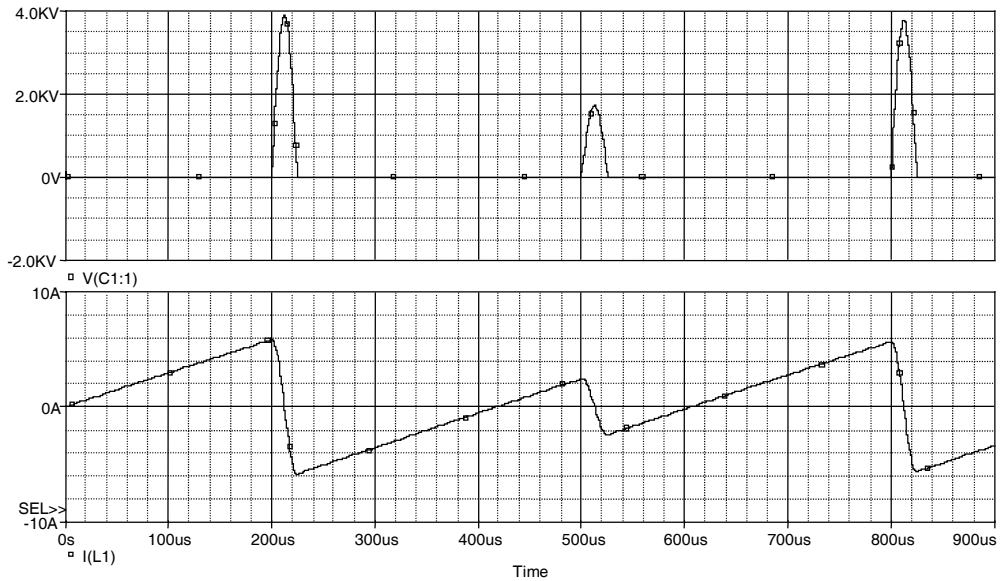
**b) Deducir la expresión matemática de la tensión  $v(t)$  en bornes de C**

$$v_C(t) = \begin{cases} 0 & t \in [0, 200 \cdot 10^{-6}] \\ 3873 \cdot \sin(129099 \cdot [t - 200 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [200 \cdot 10^{-6}, 224.3 \cdot 10^{-6}] \\ 0 & t \in [224.3 \cdot 10^{-6}, 500 \cdot 10^{-6}] \\ 1485 \cdot \sin(129099 \cdot [t - 500 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [500 \cdot 10^{-6}, 524.3 \cdot 10^{-6}] \\ 0 & t \in [524.3 \cdot 10^{-6}, 800 \cdot 10^{-6}] \\ 3873 \cdot \cos(129099 \cdot [t - 800 \cdot 10^{-6}] - 0.04) & t \in [800 \cdot 10^{-6}, 824.3 \cdot 10^{-6}] \\ 0 & t \in [824.3 \cdot 10^{-6}, 1100 \cdot 10^{-6}] \end{cases}$$

c) Enumerar razonadamente el intervalo de conducción de cada semiconductor. Representar la corriente que atraviesa la bobina.

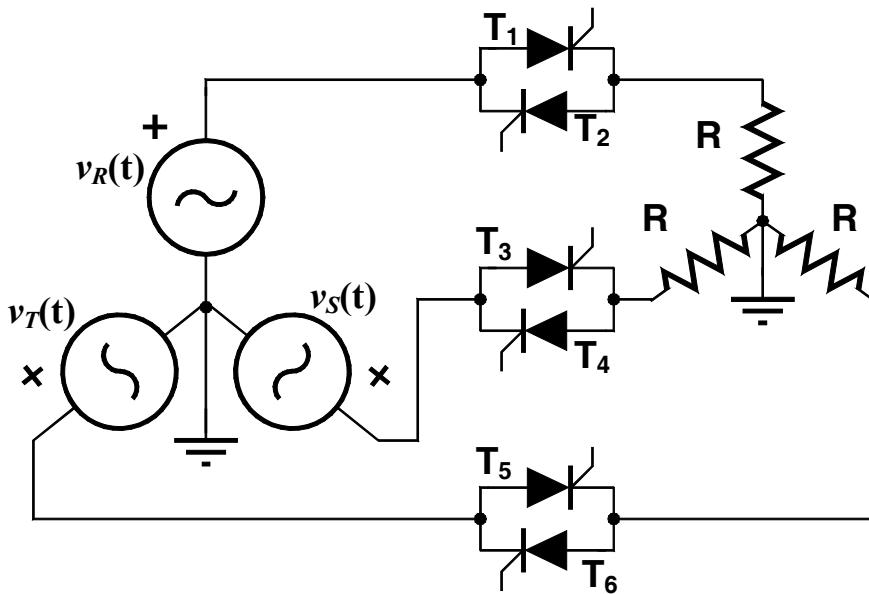
Tiempo en  $\mu\text{s}$ :

[0,200]:	D OFF	T ON
[200,224.3]:	D OFF	T OFF
[224.3, 424.3]:	D ON	T OFF
[424.3,500]:	D OFF	T ON
[500,524.3]:	D OFF	T OFF
[524.3,t <sub>C</sub> ]:	D ON	T OFF
[600,800]:	D OFF	T ON
[800,824.3]:	D OFF	T OFF
[824.3,t <sub>C</sub> ]:	D ON	T OFF
[1024.3,1100]:	D OFF	T ON



2003. SEPTIEMBRE. P2 - I.A.E.I.

La carga resistiva trifásica de la figura representa un horno cuya potencia es de 30 kW cuando se conecta a la red de distribución de energía eléctrica (representada a la izquierda de la figura). Con objeto de regular la potencia de dicho horno se introduce el control de alterna representado por los tiristores T1..T6. Dicho circuito funciona según la técnica de conexión-desconexión denominada de “ciclos completos”.



El circuito se ajusta para que el horno disipe una potencia de 15 kW.

**Se pide:**

- Obtener el ciclo de trabajo  $D$  para el cual se consigue dicha regulación.
- Obtener el valor eficaz de la tensión en bornes de la carga.
- Si en dichas condiciones se desconecta accidentalmente la fase  $S$ , obtener el ciclo de trabajo necesario para restablecer la potencia ajustada (15 kW).

**Datos:** Semiconductores ideales

$$|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 220 \text{ V}_{ef} @ 50 \text{ Hz (Red eléctrica)}$$

## SOLUCIÓN

- a) Obtener el ciclo de trabajo D para el cual se consigue 15 kW.

El tipo de control es por “ciclos completos” lo cual significa que de (n+m) ciclos la carga permanece conectada durante n ciclos y desconectada durante m. Ello lleva a un valor eficaz dado por:

$$[1] \quad V_s = \sqrt{\frac{1}{(n+m) \cdot 2\pi} \cdot n \cdot \int_0^{2\pi} \left\{ \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) \right\}^2 \cdot d(\omega t)}$$

Lo que equivale a:

$$[2] \quad V_s = \sqrt{\frac{n}{n+m}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \left\{ \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) \right\}^2 \cdot d(\omega t)} = V \cdot \sqrt{D} \quad \text{donde D es el ciclo de trabajo}$$

Como en la carga el neutro es accesible la carga trifasica se comporta como 3 cargas monofasicas independientes. Como la potencia nominal que entrega en conjunto es de 30 kW eso significa que cada una de las resistencias entrega 10 kW con  $V_s = 220$  Voltios, por lo que, para reducir a la mitad la potencia:

$$[3] \quad \frac{P}{P_{NOMINAL}} = \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot \left( \frac{V_s^2}{R} \right)}{3 \cdot \left( \frac{V^2}{R} \right)} \rightarrow V_s^2 = (\sqrt{D} \cdot V)^2 = \frac{1}{2} \cdot V^2 \rightarrow D = 0.5$$

- b) Obtener el valor eficaz de la tensión en bornes de la carga. (20%)

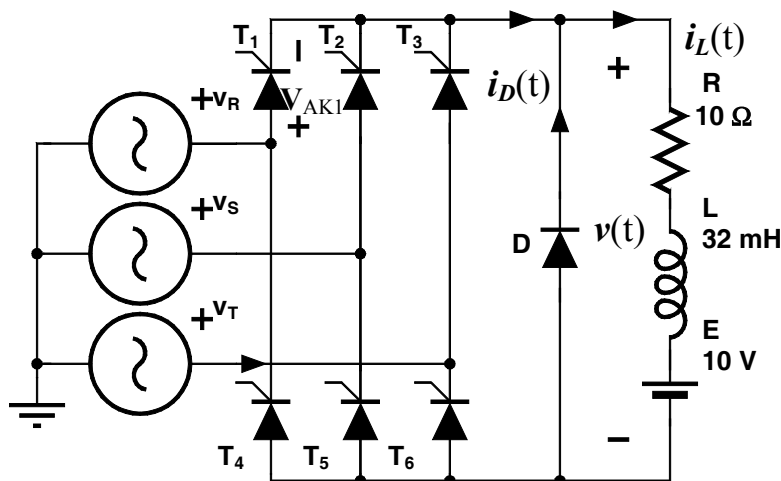
Por [2]:  $V_s = V \cdot \sqrt{D} = 220 \cdot \sqrt{0.5} = 156$  Voltios

- c) Si se desconecta accidentalmente la fase S, obtener D para 15 kW.

$$[4] \quad \frac{P}{P_{NOMINAL}} = \frac{1}{2} = \frac{2 \cdot \left( \frac{V_s^2}{R} \right)}{3 \cdot \left( \frac{V^2}{R} \right)} \rightarrow V_s^2 = (\sqrt{D} \cdot V)^2 = \frac{3}{4} \cdot V^2 \rightarrow D = 0.75$$

2003. SEPTIEMBRE. P3 - I.A.E.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado que alimenta a una carga RLE. Se encuentra en régimen permanente y la carga está en conducción continua. El ángulo de disparo es  $\alpha = \pi/2$



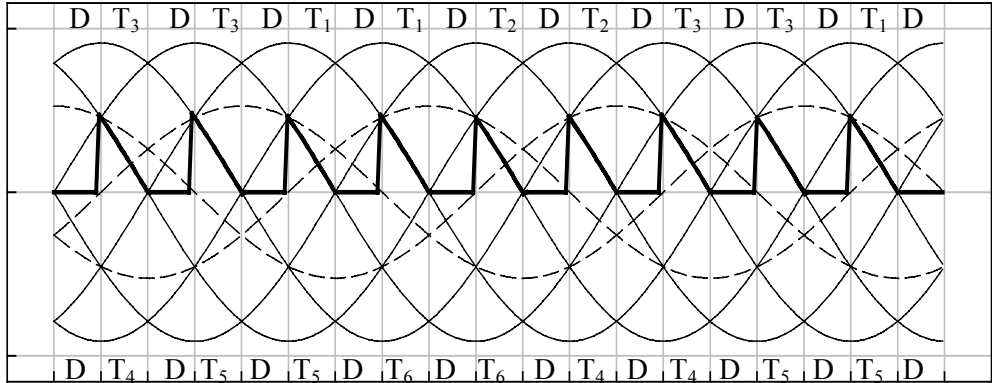
Se pide:

- Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .
- Obtener la expresión matemática de la corriente  $i_L(t)$  que atraviesa la carga.
- Obtener el valor medio de la corriente que atraviesa la carga  $I_L$ .
- Representar razonadamente la tensión  $V_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$  (Nota: Se puede suponer que cuando se encuentran en bloqueo los tiristores  $T_{1..6}$  presentan una elevada impedancia  $Z_{OFF} \rightarrow \infty$  que es idéntica para todos ellos. Teniendo en cuenta esta consideración, cuando  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  se encuentran en bloqueo simultáneamente, el cátodo común permanece a cero voltios, tal y como establece Millman).

**Datos:** Semiconductores ideales  $|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 220 \text{ V}_{ef} @ 50 \text{ Hz}$

**SOLUCIÓN**

- a) Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .



- b) Obtener la expresión matemática de la corriente  $i_L(t)$ .

Cuando funciona el rectificador la tensión de red se reparte entre los componentes de la carga y podemos escribir:

$$[1] \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_r(t) + v_L(t) + E = R \cdot i_1(t) + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + E \quad \text{Ec. Dif.}$$

Solución particular (Empleando superposición: Régimen estacionario senoidal y de continua):

$$[2] \quad i_{p1}(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R} \quad \text{donde } I = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 38 \text{ A} \quad \text{y}$$

$$\varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} = 0.79$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[3] \quad i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = \frac{L}{R} = 0.0032 \text{ s}$$

Solución general:

$$[4] \quad i_1(t) = i_{p1}(t) + i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Condiciones de contorno para la conducción del rectificador:

$$[5] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \right) = A \cdot e^{-\frac{5 \cdot \pi}{6 \cdot \omega \tau}} + I \cdot \text{sen} \left( \frac{5 \cdot \pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R} = I_0 \quad \text{Inicio}$$

$$[6] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) - \frac{E}{R} = I_1 \quad \text{Instante en que } V < 0$$

A partir de ese instante el diodo D comienza a conducir y se establece la siguiente expresión:

$$[7] \quad 0 = v_R(t) + v_L(t) + E = R \cdot i_2(t) + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + E \quad \text{Ec. diferencial}$$

Solución particular (Régimen estacionario de continua):

$$[8] \quad i_{p2}(t) = -\frac{E}{R}$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[9] \quad i_{H2}(t) = A' \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} \quad \text{donde } B = A' \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}}$$

Solución general:

$$[10] \quad i_2(t) = i_{p2}(t) + i_{H2}(t) = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R}$$

Condiciones de contorno para la conducción del diodo:

$$[11] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = B - \frac{E}{R} = I_1 \quad \text{Inicio del intervalo}$$

$$[12] \quad i_1 \left( \frac{7 \cdot \pi}{6 \cdot \omega} \right) = B \cdot e^{-\frac{7 \cdot \pi - 6 \cdot \pi}{6 \cdot \omega \tau}} - \frac{E}{R} = I_0 \quad \text{Fin del intervalo}$$



De [5], [6], [11] y [12] se puede obtener los valores de A, B,  $I_0$  e  $I_1$ .

Nos quedará:

$$[14] \quad i(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R} & \omega \cdot t \in \left[ \frac{5 \cdot \pi}{6}, \pi \right] \\ B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} & \omega \cdot t \in \left[ \pi, \frac{7 \cdot \pi}{6} \right] \\ \frac{\pi}{3} \text{ periodica} & \end{cases}$$

c) Obtener el valor medio de la corriente que atraviesa la carga  $I_L$ .

El valor medio de tensión en bornes de la carga es:

$$[15] \quad V_{CC} = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\pi} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)$$

Por aditividad del valor medio:

$$[16] \quad V_{CC} = \overline{v_R} + \overline{v_L} + E = I_L \cdot R + 0 + E \rightarrow I_L = \frac{V_{CC} - E}{R}$$

Para la corriente que atraviesa el diodo tenemos que:

[17]

$$I_D = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\pi}^{\frac{7\pi}{6}} \left\{ B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} \right\} \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{3}{\pi} \cdot \left[ -B \cdot \tau \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} \cdot \omega \cdot t \right]_{\omega t = \pi}^{\omega t = \frac{7\pi}{6}}$$

**Representar razonadamente la tensión  $V_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$**

Existen 4 posibilidades:

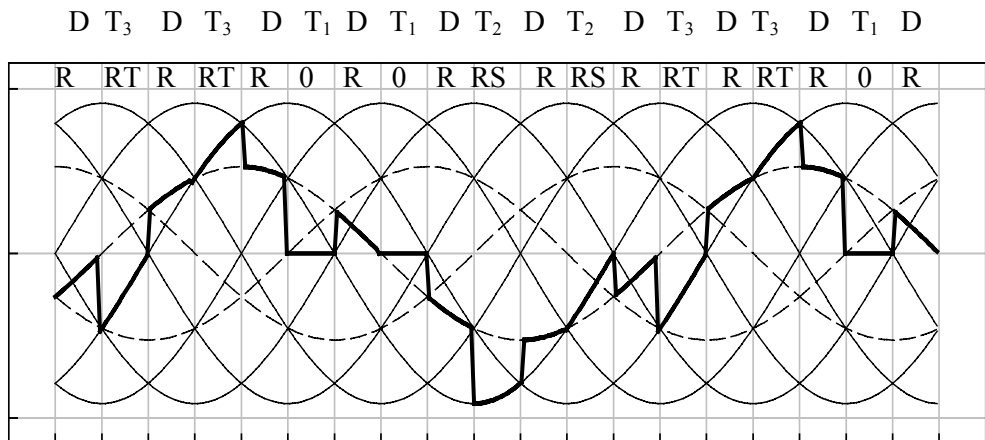
1) Conduce  $T_1 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_R = 0$

2) Conduce  $T_2 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_S = RS$

3) Conduce T3  $\rightarrow V_{AK1} = v_R - v_T = RT$

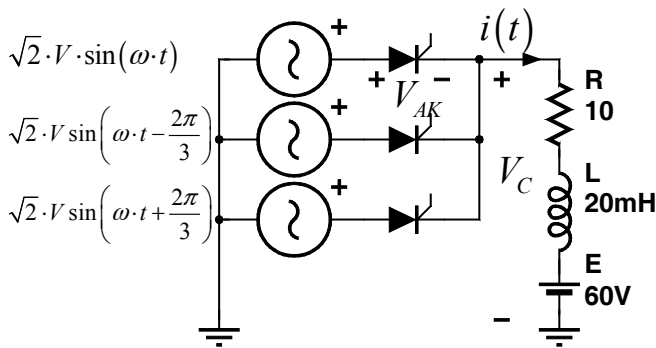
4) No conduce ningún tiristor  $\rightarrow V_{AK1} = v_R - 0 = R$

Cada una de las posibilidades queda representada en su intervalo adecuado en la figura.



2004. JUNIO. P1 - I.A.E.I.

El circuito de la figura representa un rectificador trifásico de media onda que alimenta un motor de continua representado por la carga RLE.



Para el ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/2$  se pide:

1. Determinar la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga
2. Determinar el valor medio de la tensión en bornes de la carga y la potencia media entregada a la carga.
3. Representar para dicho ángulo de disparo la tensión en bornes de la carga, la corriente que la atraviesa y la tensión  $V_{AK}$  en bornes del tiristor  $T_1$ .

**Datos:** El valor eficaz de corriente que atraviesa la carga es medido mediante un polímetro con “verdadero valor eficaz” y vale 4.8 A.

4. Representar la curva de regulación.

Con objeto de representar la curva de regulación se pide obtener para los ángulos de disparo de 0.26, 0.52, 0.79, 1.05, 1.31, 1.57 y 1.83 rd el valor medio de tensión en bornes de la carga.

**SOLUCIÓN**

1. Determinar la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga

Para  $\alpha = \pi/2$  el tiristor esta polarizado en directo ( $v_A > v_K$ ):

$$V_{AK} = \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - E > 0$$

motivo por el cual comienza a conducir en dicho instante.

En principio desconocemos si, para dicho ángulo de disparo, el rectificador opera en conducción continua o discontinua, por lo que en primer lugar debemos determinar cual es el ángulo crítico.

**Obtención del ángulo crítico**

$$\sqrt{2} \cdot V = 311.13 \quad \omega = 314.16$$

1ª L.K.  $\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega \cdot t) = v_R(t) + v_L(t) + E = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + E$

Ec. Dif.  $\frac{di}{dt} + \frac{1}{L/R} \cdot i = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{L} \cdot \sin(\omega \cdot t) - \frac{E}{L}$

Sol. P.  $i_p = I \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R}$       Donde:  $I = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} = 26.3$

$$\varphi = \arctan \frac{\omega \cdot L}{R} = 0.56$$

Sol. H.  $i_H = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$       Donde:  $\tau = L/R = 0.002$

Sol.  $i = i_p + i_H = I \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{\omega t}{\omega \tau}} - \frac{E}{R}$

que es la expresión genérica de  $i(t)$

Para el caso particular del ángulo crítico:

$$C. \text{ Cont. } i \left( \frac{\alpha_0 + \pi/6}{\omega} \right) = 0 = I \cdot \sin \left( \alpha_0 + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) + A \cdot e^{-\frac{\alpha_0 + \pi/6}{\omega \tau}} - \frac{E}{R}$$

$$i \left( \frac{\alpha_0 + 5\pi/6}{\omega} \right) = 0 = I \cdot \sin \left( \alpha_0 + \frac{5\pi}{6} - \varphi \right) + A \cdot e^{-\frac{\alpha_0 + 5\pi/6}{\omega \tau}} - \frac{E}{R}$$

Multiplicando la primera expresión por  $e^{-\frac{2\pi/3}{\omega \tau}}$  y restándole la segunda eliminamos los términos en A.

Nos quedaría:

$$\sin \left( \alpha_0 + \frac{\pi}{6} - \varphi \right) \cdot e^{-\frac{2\pi/3}{\omega \tau}} - \sin \left( \alpha_0 + \frac{5\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{I \cdot R} \left( e^{-\frac{2\pi/3}{\omega \tau}} - 1 \right) = 0$$

Donde la única incógnita es  $\alpha_0$ :

$$0.036 \cdot \sin(\alpha_0 - 0.04) - \sin(\alpha_0 + 2.06) + 0.22 = 0$$

$$0.5 \cdot \sin(\alpha_0) - 0.88 \cdot \cos(\alpha_0) + 0.22 = 0$$

Resolución numérica por aproximación lineal:

$$y = 0.5 \cdot \sin(x) - 0.88 \cdot \cos(x) + 0.22$$

$$\frac{dy}{dx} = 0.5 \cdot \cos(x) + 0.88 \cdot \sin(x)$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{dy}{dx} \Rightarrow x \Big|_{y=0} = x_0 - \frac{y_0}{\frac{dy}{dx} \Big|_{x_0}}$$

Ensayando valores:

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) - 0.88 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 0.22 = -0.3$$

$$\frac{dy}{dx}\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + 0.88 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1.0$$

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{6} + 0.3 = 0.824 \quad y(0.824) = -0.01 \approx 0 \quad \alpha_0 = 0.824$$

Sabemos entonces que el caso que nos ocupa se encuentra en conducción discontinua y por lo tanto, a la expresión genérica de la corriente debemos de imponer la condición de contorno adecuada a conducción discontinua:

$$C. \text{ Cont.} \quad i\left(\frac{\alpha + \pi/6}{\omega}\right) = 0 = I \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\frac{\alpha + \pi/6}{\omega\tau}} - \frac{E}{R}$$

de donde:

$$A = \left\{ \frac{E}{R} - I \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) \right\} \cdot e^{\frac{\alpha + \pi/6}{\omega\tau}} = -569.8$$

$$i(t) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 569.8 \cdot e^{-500t} - 6$$

$$\text{valida en el intervalo} \quad \left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) < \omega \cdot t < \beta$$

Motivo por el cual debemos determinar el ángulo de extinción de la corriente

### ***Obtención del ángulo de extinción de la corriente***

$$i\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = 0 = I \cdot \sin(\beta - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} - \frac{E}{R}$$

Resolución numérica por aproximación lineal:

$$y = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 569.8 \cdot e^{-500 \cdot t} - 6$$

$$\frac{dy}{dx} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot t - 0.56) + 284900 \cdot e^{-500 \cdot t}$$

$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = \frac{dy}{dx} \Rightarrow x|_{y=0} = x_0 - \frac{y_0}{\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x_0}}$$

Ensayando valores:

$$y\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) - 569.8 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} - 6 = -6.8$$

$$\frac{dy}{dx} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) + 284900 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} = -7444$$

$$\beta = 3.67 - \frac{6.8}{7444} \cdot \frac{\pi}{0.01} = 3.38$$

Así pues, el apartado 1 concluye con la siguiente solución:

$$i(t) = \begin{cases} 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 569.8 \cdot e^{-500 \cdot t} - 6 & \left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) < \omega \cdot t < 3.38 \\ 0 & 3.38 < \omega \cdot t < \left(\frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \\ 2\pi/3 - \text{periodica} & \end{cases}$$

2. Determinar el valor medio de la tensión en bornes de la carga y la potencia media entregada a la carga.

Dado el funcionamiento descrito en el apartado 1, el rectificador impone una tensión en bornes de la carga que puede describirse por la siguiente expresión :

$$v_{CARGA}(t) = \begin{cases} 311.13 \cdot \sin(314.16 \cdot t) & \left(\frac{2 \cdot \pi}{3}\right) < \omega \cdot t < 3.38 \\ 60 & 3.38 < \omega \cdot t < \left(\frac{4 \cdot \pi}{3}\right) \\ 2\pi/3 - \text{periodica} & \end{cases}$$

Por este motivo podemos obtener el valor medio de dicha tensión mediante la expresión:

$$U_{CC} = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\frac{\pi+\alpha}{6}}^{\beta} \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \frac{1}{2\pi/3} \int_{\beta}^{\frac{5\pi+\alpha}{6}} E \cdot d(\omega \cdot t)$$

$$U_{CC} = \frac{1}{2\pi/3} \int_{\frac{\pi+\alpha}{3}}^{\beta-\frac{\pi}{2}} \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \frac{1}{2\pi/3} \int_{\beta-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi+\alpha}{3}} E \cdot d(\omega \cdot t)$$

$$U_{CC} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi/3} \cdot \left[ \sin\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \right] + \frac{E}{2\pi/3} \cdot \left[ \frac{5\pi}{6} + \alpha - \beta \right] = 94.1$$

$$U_{CC} = 94.1$$

Como la tensión media se puede describir como la suma de la tensión media en cada uno de los componente y, por encontrarse en régimen permanente la tensión media en la bobina vale cero, ya que:

$$v_L = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow \overline{v_L} = \frac{1}{T} \int_0^T v_L \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \cdot \frac{di}{dt} \cdot dt = \frac{L}{T} \int_{i(0)}^{i(T)} di = \frac{L}{T} \cdot [i(T) - i(0)] = 0$$

Entonces podemos deducir el valor de la corriente media que atraviesa la carga:

$$U_{CC} = \overline{v_R} + \overline{v_L} + E = R \cdot I_0 + 0 + E \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{U_{CC} - E}{R} = 3.41$$

$$I_0 = 3.41$$



La potencia media entregada a la carga responde a la expresión:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CARGA}(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) \cdot i(t) \cdot dt + \frac{1}{T} \int_0^T v_L(t) \cdot i(t) \cdot dt + \frac{1}{T} \int_0^T E \cdot i(t) \cdot dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i(t)^2 \cdot dt + 0 + \frac{E}{T} \int_0^T i(t) \cdot dt = R \cdot I_{RMS}^2 + E \cdot I_0$$

Como el valor de la corriente eficaz que atraviesa la carga es dato del problema  $I_{RMS} = 4.8$ , el valor medio de potencia entregada a la carga vale:

$$P = R \cdot I_{RMS}^2 + E \cdot I_0 = 10 \cdot 4.8^2 + 60 \cdot 3.41 = 435$$

$P = 435$
-----------

3. Representar para dicho ángulo de disparo la tensión en bornes de la carga, la corriente que la atraviesa y la tensión  $V_{AK}$  en bornes del tiristor  $T_1$ .

Las expresiones de la corriente y la tensión de la carga han sido definidas en los apartados 1 y 2. Queda por determinar la expresión de la tensión anodo-cátodo del tiristor 1. Vendría determinado por la diferencia de tensiones en cada instante:

$$v_{AK}(t) = \begin{cases} 311 \cdot \sin(314.16 \cdot t) - 60 & 1.29 < \omega \cdot t < 2.09 \\ 0 & T1 \text{ ON } 2.09 < \omega \cdot t < 3.38 \\ 311 \cdot \sin(314.16 \cdot t) - 60 & 3.38 < \omega \cdot t < 4.18 \\ 538.88 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 2.09) & T2 \text{ ON } 4.18 < \omega \cdot t < 5.47 \\ 311 \cdot \sin(314.16 \cdot t) - 60 & 5.47 < \omega \cdot t < 6.27 \\ 538.88 \cdot \sin(314.16 \cdot t + 2.09) & T3 \text{ ON } 6.27 < \omega \cdot t < 7.56 \end{cases}$$

Respecto de la función corriente alcanza su máximo en el punto en que su derivada se anula.

$$\frac{di}{dt} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot t - 0.56) + 284900 \cdot e^{-500 \cdot t} = 0$$

Resolución numérica por aproximación lineal:

$$y = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot t - 0.56) + 284900 \cdot e^{-500 \cdot t}$$

$$\frac{dy}{dx} = -2595716 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 142450000 \cdot e^{-500 \cdot t}$$

Ensayando valores:

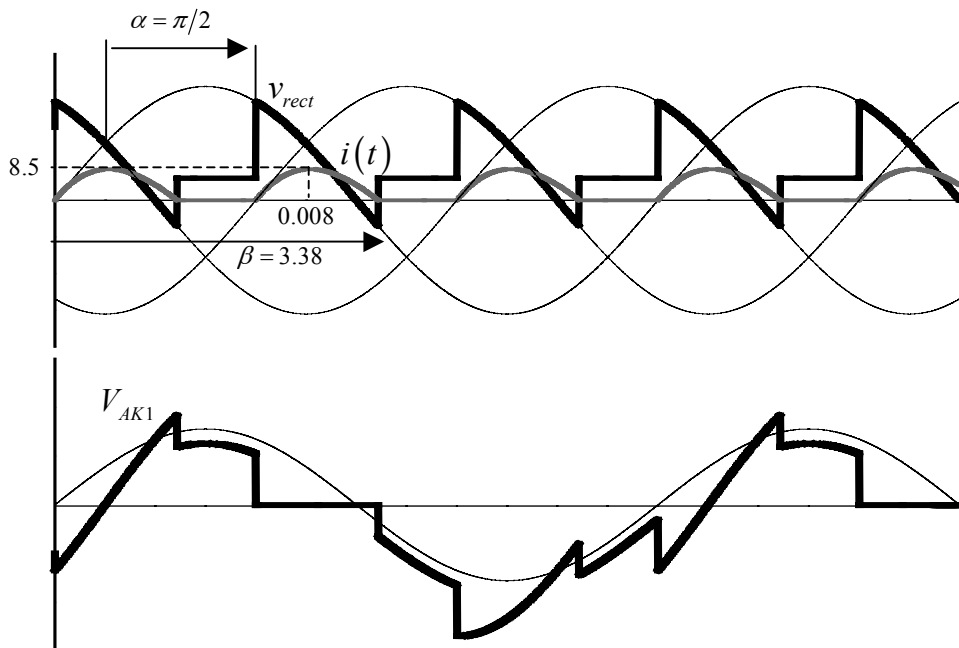
$$y(\pi) = 8262.4 \cdot \cos(\pi - 0.56) + 284900 \cdot e^{-5} = -5080$$

$$\frac{dy}{dx} = -2595716 \cdot \sin(0.56) - 142450000 \cdot e^{-5} = -2338629$$

$$\omega t_{i-MAX} = \pi - \frac{5080}{2338629} \cdot \frac{\pi}{0.01} = 2.51 \qquad t_{MAX} = 0.008$$

$$i_{MAX} = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot 0.008 - 0.56) - 569.8 \cdot e^{-500 \cdot 0.008} - 6 = 8.5$$

$$i_{MAX} = 8.5$$



4. Representar la curva de regulación

Con objeto de representar la curva de regulación se pide obtener para los ángulos de disparo de 0.26, 0.52, 0.79, 1.05, 1.31, 1.57 y 1.83 rd el valor medio de tensión en bornes de la carga.

$$U_{CC0} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{2\pi/3} = 257.3$$

Los ángulos de disparo inferiores al ángulo crítico  $\alpha_0 = 0.824$  siguen una ley cosenooidal

$$U_{CC}(0.26) = U_{CC0} \cdot \cos(0.26) = 249$$

$$U_{CC}(0.52) = U_{CC0} \cdot \cos(0.52) = 223$$

$$U_{CC}(0.79) = U_{CC0} \cdot \cos(0.79) = 181$$

El resto de valores se encuentran en el rango comprendido entre el ángulo crítico y el ángulo límite:

$$\alpha_L = \frac{\pi}{3} + \arccos\left(\frac{E}{\sqrt{2} \cdot V}\right) = 2.42$$

Por lo tanto, en dicho rango el rectificador se encuentra operando en conducción discontinua y, por tanto hay que determinar el ángulo de extinción para cada ángulo de disparo.

$$A(\alpha) = \left\{ \frac{E}{R} - I \cdot \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) \right\} \cdot e^{\frac{\alpha + \frac{\pi}{6}}{\omega \tau}}$$

$$A(1.05) = -200$$

$$i(t) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 200 \cdot e^{-500t} - 6$$

$$A(1.31) = -355$$

$$i(t) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 355 \cdot e^{-500t} - 6$$

$$A(1.83) = -834$$

$$i(t) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.56) - 834 \cdot e^{-500t} - 6$$

Resolución numérica por aproximación lineal:

$$y\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) - 200 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} - 6 = -8.3$$

$$\frac{dy}{dx} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) + 100000 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} = -8009.6$$

$$\beta = 3.67 - \frac{8.3}{8009.6} \cdot \frac{\pi}{0.01} = 3.47$$

$$\beta(1.05) = 3.47$$

---

$$y\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) - 355 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} - 6 = -8.65$$

$$\frac{dy}{dx} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) + 177500 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} = -7817.5$$

$$\beta = 3.67 - \frac{8.65}{7817.5} \cdot \frac{\pi}{0.01} = 3.42$$

$$\beta(1.31) = 3.42$$

---

$$y\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = 26.3 \cdot \sin(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) - 834 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} - 6 = -9.84$$

$$\frac{dy}{dx} = 8262.4 \cdot \cos(314.16 \cdot 3.67 - 0.56) + 417000 \cdot e^{-500 \cdot \frac{3.67}{314.16}} = -7223.7$$

$$\beta = 3.67 - \frac{9.84}{7223.7} \cdot \frac{\pi}{0.01} = 3.34$$

$$\beta(1.83) = 3.34$$

Valores medios de tensión en la carga:

$$U_{cc} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi/3} \cdot \left[ \sin\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \right] + \frac{E}{2\pi/3} \cdot \left[ \frac{5\pi}{6} + \alpha - \beta \right]$$

$$U_{cc}(1.05) = 148$$

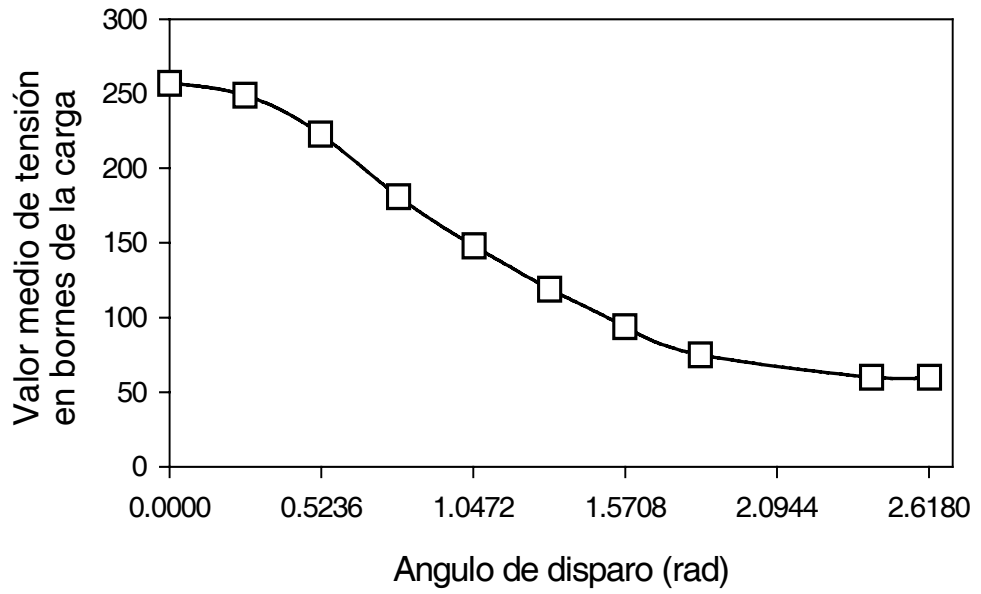
$$U_{cc}(1.31) = 119$$

(Obtenido en el apartado 2)

$$U_{cc}(1.83) = 75$$

En consecuencia, podemos construir una tabla de resultados:

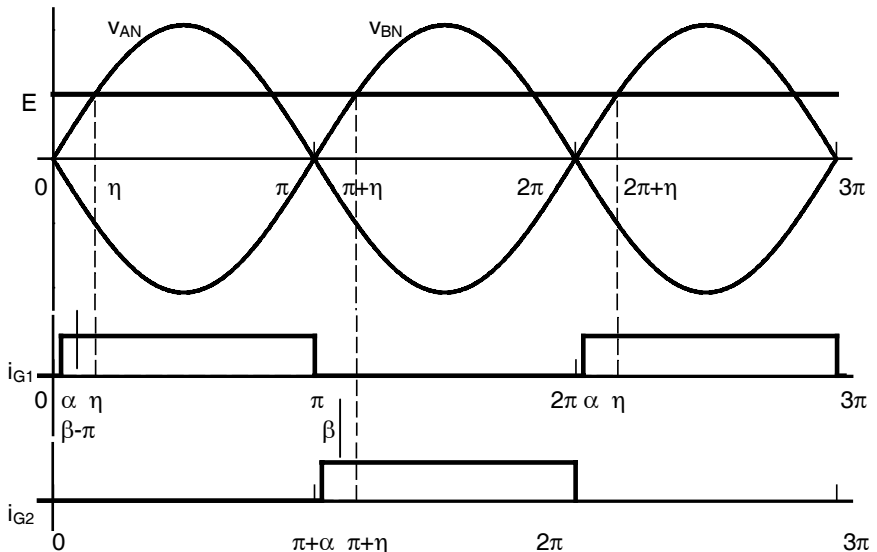
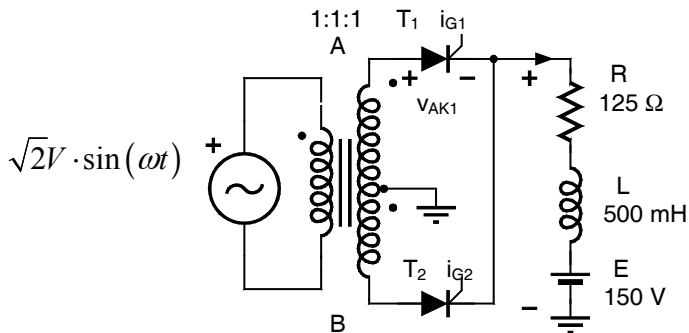
	Angulo de disparo	Valor medio de tensión en bornes de la carga
CCM	0	257
	0.26	249
	0.52	223
	0.79	181
DCM	1.05	148
	1.31	119
	1.57	94
	1.83	75
	2.42	60
	2.62	60



1999. ENERO. P1 - I.I.

El circuito de la figura representa un rectificador monofásico de doble onda. La figura representa el disparo de los tiristores. Sabiendo que el presente circuito, para un ángulo de disparo de  $\alpha = 5^\circ$  presenta un ángulo de extinción de corriente  $\beta = 196.82^\circ$ . Se pide:

Representar razonadamente, indicando claramente magnitudes y duraciones, la tensión  $v(t)$  en bornes de la carga y la corriente  $i(t)$ .



**Datos:**  $V = 220$   $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$

Estudiémoslo por intervalos:

**Intervalo 1:  $\omega t \in [\beta - \pi, \eta]$ .**

La corriente ha dejado de atravesar a la carga ya que  $\omega t > (\beta - \pi)$  y, aún teniendo corriente de puerta  $i_{G1}$ , el tiristor  $T_1$  no puede ponerse en conducción puesto que la tensión de ánodo ( $v_{AN}$ ) no supera a la de cátodo ( $E$ ). Así pues, en este intervalo la tensión de la carga es  $E$  y la corriente 0.

**Intervalo 2:  $\omega t \in [\eta, \pi + \alpha]$ .**

El tiristor  $T_1$  se pone en conducción puesto que la tensión de ánodo ( $v_{AN}$ ) supera a la de cátodo ( $E$ ) precisamente al inicio del intervalo ( $\omega t = \eta$ ) y tiene corriente de puerta  $i_{G1}$ . Así pues, en este intervalo la tensión de la carga es la de la fase A ( $v_{AN}$ ) y la corriente se deduce según vemos a continuación:

$$1LK. \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) = v_L + v_R + E = L \frac{di_1}{dt} + R \cdot i_1 + E$$

$$Ec.Dif. \quad L \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) - E}{L}$$

$$Sol. P. \quad i_{1P} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \cdot \sin\left(\omega t - \arctg\left[\frac{L\omega}{R}\right]\right) - \frac{E}{R}$$

$$i_{1P} = I \cdot \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R}$$

$$Sol. H. \quad i_{1H} = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Sol. \quad i_1(t) = i_{1P} + i_{1H}$$

$$C.Cont. \quad i_1\left(\frac{\eta}{\omega}\right) = 0 \rightarrow I \cdot \sin(\eta - \varphi) - \frac{E}{R} + A \exp\left(-\frac{\eta}{\omega \cdot \tau}\right) = 0$$

$$De\ donde: \quad A = 2.68$$

$$Solución: \quad i_1(t) = 2.68 \cdot e^{-\frac{t}{0.004}} + 1.55 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 0.9) - 1.2$$

$$En \omega t = (\pi + \alpha): \quad I_0 = i_1\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega}\right) = 0.129$$



**Intervalo 3:  $\omega t \in [\pi + \alpha, \beta]$ .**

El tiristor  $T_2$  se pone en conducción puesto es disparado y su tensión en ánodo ( $v_{BN}$  que en ese instante es positiva) supera a la tensión de cátodo ( $v_{AN}$  que en ese instante es negativa). Así pues, en este intervalo la tensión de la carga es la de la fase B ( $v_{BN}$ ) y la corriente se deduce según vemos a continuación:

$$1LK. \quad -\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) = v_L + v_R + E = L \frac{di_2}{dt} + R \cdot i_2 + E$$

$$Ec.Dif. \quad L \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i_2 = \frac{-\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(\omega t) - E}{L}$$

$$Sol.P. \quad i_{2P} = -I \cdot \sin(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R}$$

$$Sol. H. \quad i_{2H} = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Sol. \quad i_2(t) = i_{2P} + i_{2H}$$

$$C.C. \quad i_2\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega}\right) = I_0 \rightarrow -I \cdot \sin(\pi + \alpha - \varphi) - \frac{E}{R} + B \exp\left(-\frac{\pi + \alpha}{\omega \cdot \tau}\right) = I_0$$

$$De\ donde: \quad B = 32.03$$

$$Solución: \quad i_2(t) = 32.03 \cdot e^{-\frac{t}{0.004}} - 1.55 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 0.9) - 1.2$$

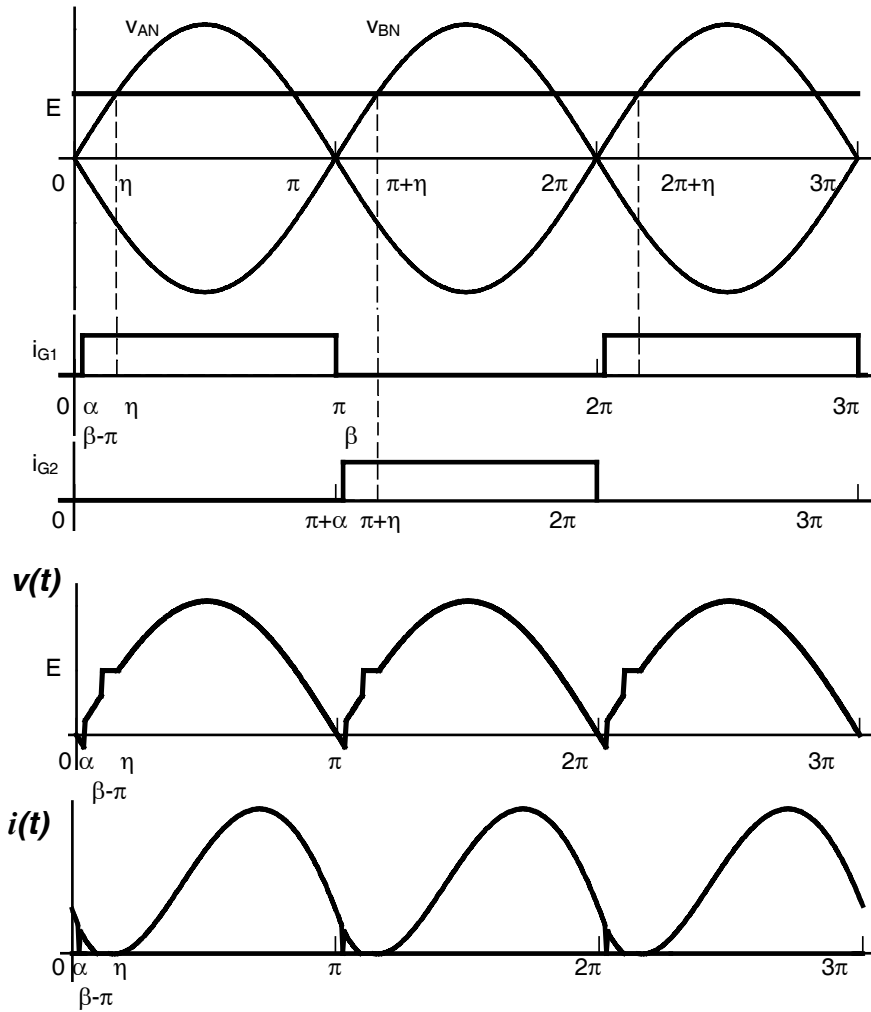
$$En \omega t = \beta: \quad i_2\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = 0 \quad \text{queda confirmado.}$$

Valores límites:

$$v\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega}\right)^- = -27.1 \quad v\left(\frac{\pi + \alpha}{\omega}\right)^+ = 27.1$$

$$v\left(\frac{\beta}{\omega}\right)^- = 90 \quad v\left(\frac{\beta}{\omega}\right)^+ = E = 150$$

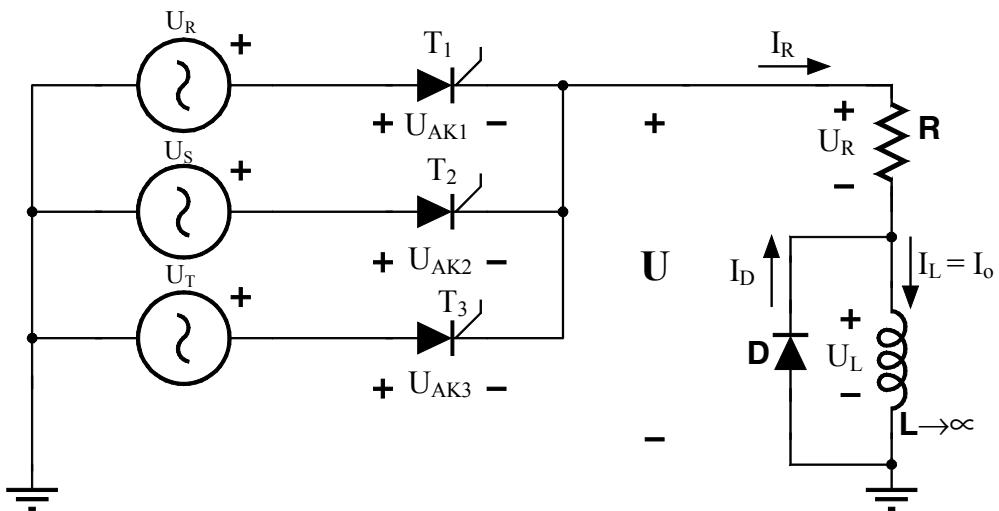
A partir de este instante, se repite la solución comentada ya que el circuito funciona con una periodicidad de  $\pi$ . La gráfica se muestra a continuación.



1999. JUNIO. P1 - I.I.

El rectificador trifásico de la figura alimenta a la carga R-L, donde L se supone de valor infinito, lo cual obliga a una circulación de corriente constante a través de ella. Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/2$ , se pide:

- Obtener la expresión analítica que define la variación temporal de tensiones en bornes de R, L y D; así como de las corrientes que las atraviesan.
- Representar gráficamente, razonadamente, la tensión  $U(t)$  en bornes de la carga.
- Representar gráficamente, razonadamente, la corriente que atraviesa el tiristor T1; así como la tensión ánodo-cátodo  $U_{AK1}$  de dicho tiristor.
- Calcular la potencia media entregada a la resistencia R.



**SOLUCIÓN**

a) La ecuación básica de la tensión en la carga es

$$u = u_R + u_L = R \cdot i_R + L \cdot \frac{di_L}{dt}$$

Como  $i_L$  es constante y  $L \rightarrow \infty$ , el producto  $L \cdot di_L/dt$  está indeterminado, desconociéndose por esta vía el valor de  $u_L$ .

Teniendo en cuenta que la corriente por la bobina debe mantenerse constante e igual a  $I_0$ , las distintas situaciones que se pueden dar son:

1. Tiristor en funcionamiento y diodo en corte.
2. Tiristor y diodo en funcionamiento.
3. Tiristor en corte y diodo en funcionamiento.

Analicemos cada una de ellas, considerando las ecuaciones del circuito:

$$\begin{aligned} u &= u_R + u_L = R \cdot i_R + u_L \\ i_{Th} &= i_R = i_L - i_D = I_0 - i_D \end{aligned}$$

1. Tiristor en funcionamiento y diodo en corte.

Este estado implica que

$$\begin{aligned} i_D &= 0 \quad \rightarrow \quad i_{Th} = i_R = I_0 \\ u &= u_{fase} \end{aligned}$$

Por tanto

$$u_L = u_{fase} - u_R = u_{fase} - R \cdot I_0$$

Estado que será válido si

$$\begin{aligned} u_D &\leq 0 \quad \rightarrow \quad u_{fase} \geq R \cdot I_0 \\ i_{Th} &\geq 0 \quad \rightarrow \quad I_0 \geq 0 \quad (\text{trivial}) \end{aligned}$$

2. Tiristor y diodo en funcionamiento.

Este estado implica que

$$\begin{aligned} u_D &= 0 \quad \rightarrow \quad u = u_{fase} = u_R = R \cdot i_R \\ i_D + i_R &= I_0 \end{aligned}$$

De ambas

$$i_R = \frac{u_{fase}}{R}$$

$$i_D = I_0 - \frac{u_{fase}}{R}$$

Estado que será válido si

$$\left. \begin{array}{l} i_{Th} = i_R \geq 0 \rightarrow u_{fase} \geq 0 \\ i_D \geq 0 \rightarrow I_0 \geq \frac{u_{fase}}{R} \end{array} \right\} \rightarrow 0 \leq u_{fase} \leq R \cdot I_0$$

### 3. Tiristor en corte y diodo en funcionamiento.

Este estado supone que

$$i_{Th} = i_R = 0 \rightarrow i_D = I_0$$

$$u_D = 0$$

y de ambas

$$u = u_R + u_L = 0$$

Estado que se mantendrá hasta el disparo del siguiente tiristor, lo que será posible siempre que en el nuevo instante de disparo  $u_{fase} \geq 0$  ( $0 \leq \alpha_D \leq 5\pi/6$ )

Por tanto tendremos:

Para ángulos comprendidos en el intervalo  $\alpha_D \leq \alpha \leq 5\pi/6$

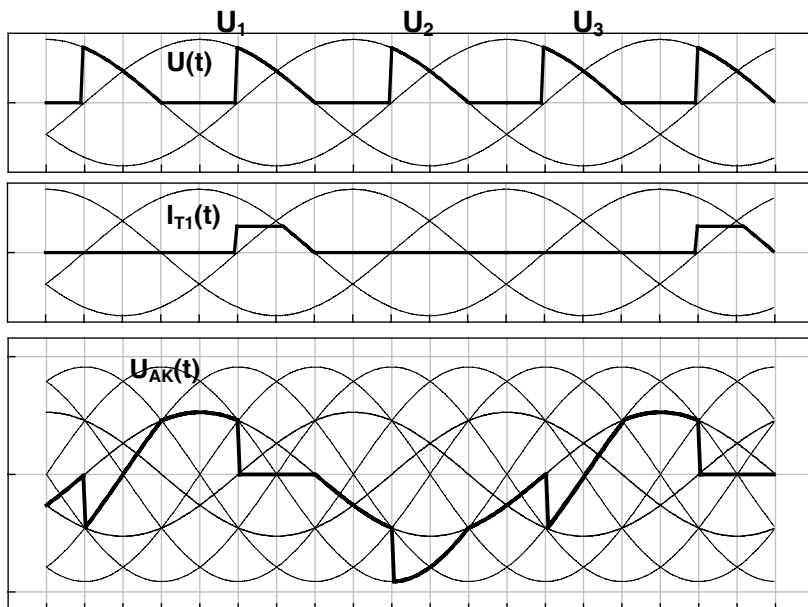
$$u_{fase} \geq R \cdot I_0 \rightarrow Th \text{ ON}, D \text{ OFF} \left\{ \begin{array}{l} i_{Th} = i_R = I_0 \\ i_D = 0 \\ u = u_{fase} \\ u_L = u_{fase} - R \cdot I_0 \end{array} \right.$$

$$0 \leq u_{fase} \leq R \cdot I_0 \rightarrow Th \text{ ON}, D \text{ ON} \left\{ \begin{array}{l} i_{Th} = i_R = \frac{u_{fase}}{R} \\ i_D = I_0 - \frac{u_{fase}}{R} \\ u = u_{fase} \\ u_L = 0 \end{array} \right.$$

Para el resto de ángulos

$$Th\ OFF, D\ ON \quad \begin{cases} i_{Th} = i_R = 0 \\ i_D = I_0 \\ u = 0 \\ u_L = 0 \end{cases}$$

b) Representar gráficamente la tensión  $U(t)$  en bornes de la carga.



c) Representar gráficamente  $I_{T1}$ , así como  $U_{AK1}$  de dicho tiristor.

- $V_{AK1} = 0$  cuando conduzca
- $V_{AK1} = U_{RS}$  cuando conduzca el tiristor T2
- $V_{AK1} = U_{RT}$  cuando conduzca el tiristor T3
- $V_{AK1} = U_{RN}$  cuando no exista conducción a través de ningún tiristor.

d) La potencia media que recibe la resistencia tomará la expresión:

$$\bar{P} = \frac{1}{2\pi/3} \cdot \left[ \int_{\alpha}^{\varphi} I_o^2 \cdot R \cdot d\omega t + \int_{\varphi}^{\pi} \frac{(\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen } \omega t)^2}{R} \cdot d\omega t \right]$$

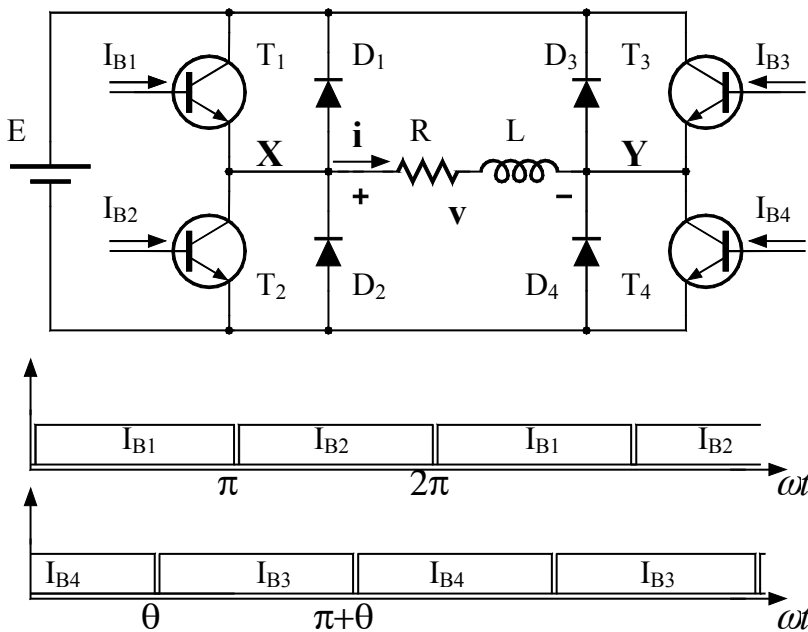
donde  $\varphi = \arcsen \frac{I_o \cdot R}{\sqrt{2} \cdot V}$

1999. JUNIO. P2 - I.I.

El circuito inversor de la figura alimenta a la carga R-L. La secuencia de corrientes de base de los transistores es la que aparece en dicha figura, donde  $\theta < \pi$ .

**Se pide:**

- Obtener razonadamente la forma de onda de la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ . Asimismo, tomando como referencia el terminal negativo de la batería, obtener las tensiones de los puntos X e Y.
- Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga  $i(t)$ .
- Representar gráficamente, razonadamente, la corriente que atraviesa la carga  $i(t)$ .
- Determinar los intervalos de conducción de los elementos semiconductores.

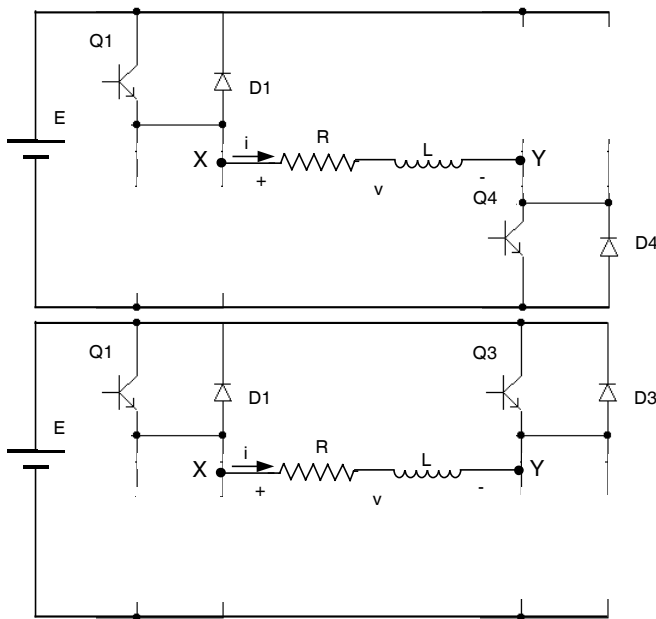


## SOLUCIÓN

- a) Obtener razonadamente la forma de onda de la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ . Asimismo, tomando como referencia el terminal negativo de la batería, obtener las tensiones de los puntos X e Y.

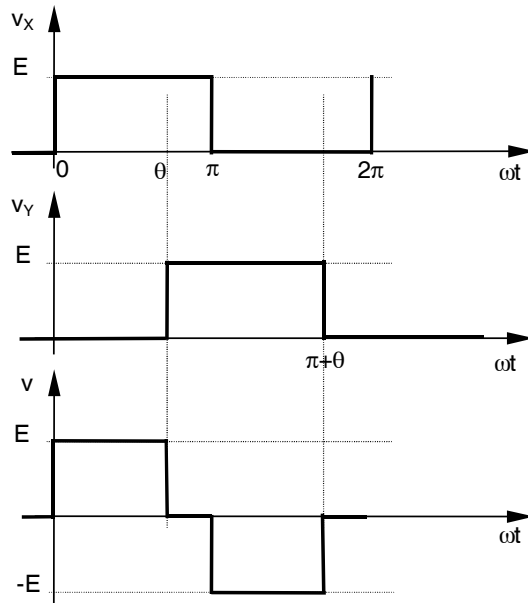
Para  $0 < \omega t < \theta$ , las corrientes de base cumplen ( $I_{B1}, I_{B4} > 0$ ); y conducirán los transistores T1 y T4, siempre que la corriente por la carga sea positiva ( $i > 0$ ). Si, debido a la continuidad de la corriente por la bobina, la corriente por la carga es negativa ( $i < 0$ ), entonces conducirán los diodos D1 y D4, que se encuentran en antiparalelo con los transistores T1 y T4. El circuito en este caso será el de la figura, donde  $v_X = E$ ,  $v_Y = 0$  y  $v = E$ .

Por otra parte, cuando  $\theta < \omega t < \pi$  trabajarán los interruptores T1 y D3, o D1 y T3 según el sentido de la corriente por la carga; en cuyo caso, el circuito será el de la figura, donde  $v_X = v_Y = E$  y  $v = 0$ .



Con ello concluye el primer semiciclo, repitiéndose el proceso en el siguiente semiciclo con los interruptores 2 y 3 primero, y 2 y 4 finalmente. Las curvas de las tensiones pedidas serán:





b) Deducir la expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga  $i(t)$

La carga está sometida a dos tensiones durante un semiciclo. Para  $0 < \omega t < \theta$ , la tensión en bornes de la carga se ha visto que es  $v=E$ , mientras que para  $\theta < \omega t < \pi$ , la carga está con  $v=0$ .

**$0 < \omega t < \theta$ :**

La ecuación diferencial que debe resolverse es:  $E = L \cdot \frac{d}{dt}i + R \cdot i$

cuya solución es:  $i = A \cdot e^{-t/\tau} + B$ , donde  $\tau = L/R$ . Para buscar las constantes se sabe:

$$i(t = 0) = -I_0 = A + B$$

$$i(t = \infty) = E/R = B$$

En las condiciones de contorno se considera  $-I_0$  como la corriente que circula por la bobina en el estado inicial. Con todo ello, la solución (a falta de calcular  $I_0$ ) será:

$$i = (-I_0 - E/R) \cdot e^{-t/\tau} + E/R$$

Antes de que se alcance el régimen permanente, el circuito cambia su estado, dejando la carga con una tensión en bornes  $v=0$ .

**$\theta < \omega t < \pi$ :**

La ecuación diferencial que debe resolverse es:  $0 = L \cdot \frac{d}{dt} i' + R \cdot i'$

cuya solución es:  $i' = A' \cdot e^{-t/\tau} + B'$ , donde  $\tau = L/R$ . Para buscar las constantes se sabe:

$$i'(\omega t = \theta) = I_1 = A' \cdot e^{-\theta/\omega\tau} + B'$$

$$i'(t = \infty) = 0 = B'$$

En las condiciones de contorno se considera  $I_1$  como la corriente que circula por la bobina en el instante en el que se cambia de estado ( $\omega t = \theta$ ). Con todo ello, la solución (a falta de calcular  $I_1$ ) será:

$$i' = I_1 \cdot e^{-(\omega t - \theta)/\omega\tau}$$

Para resolver las incógnitas  $I_0$  e  $I_1$ , basta con saber que:

$$i(\omega t = \theta) = I_1 = (-I_0 - E/R) \cdot e^{-\theta/\omega\tau} + E/R$$

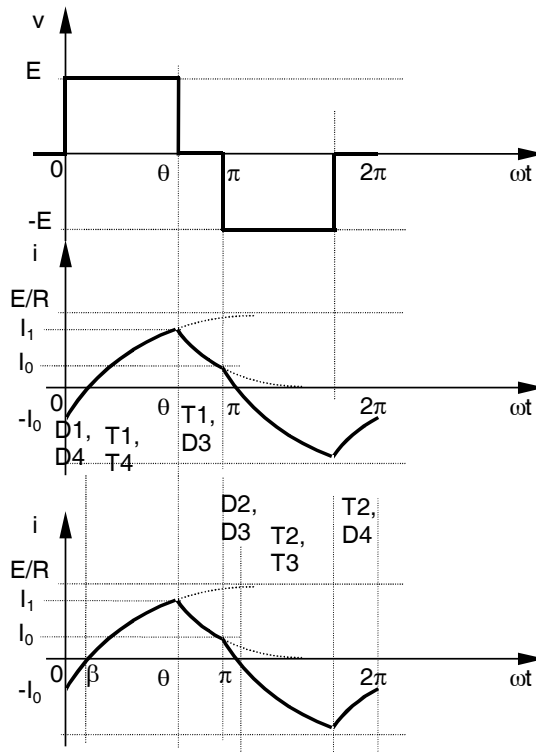
$$i'(\omega t = \pi) = I_0 = I_1 \cdot e^{-(\pi - \theta)/\omega\tau}$$

Dos ecuaciones con dos incógnitas que resultan:

$$I_1 = \frac{E}{R} \cdot \left( \frac{1 - e^{-\theta/\omega\tau}}{e^{-\pi/\omega\tau} + 1} \right); \quad I_0 = \frac{E}{R} \cdot \left( \frac{e^{\theta/\omega\tau} - 1}{e^{\pi/\omega\tau} + 1} \right)$$

c) Representar gráficamente, razonadamente, la corriente  $i(t)$

Como se deducen de las ecuaciones anteriores, la evolución de la corriente será una exponencial, creciente mientras la tensión en bornes de la carga es  $v=E$  y decreciente cuando es nula.



d) Determinar los intervalos de conducción de los elementos semiconductores

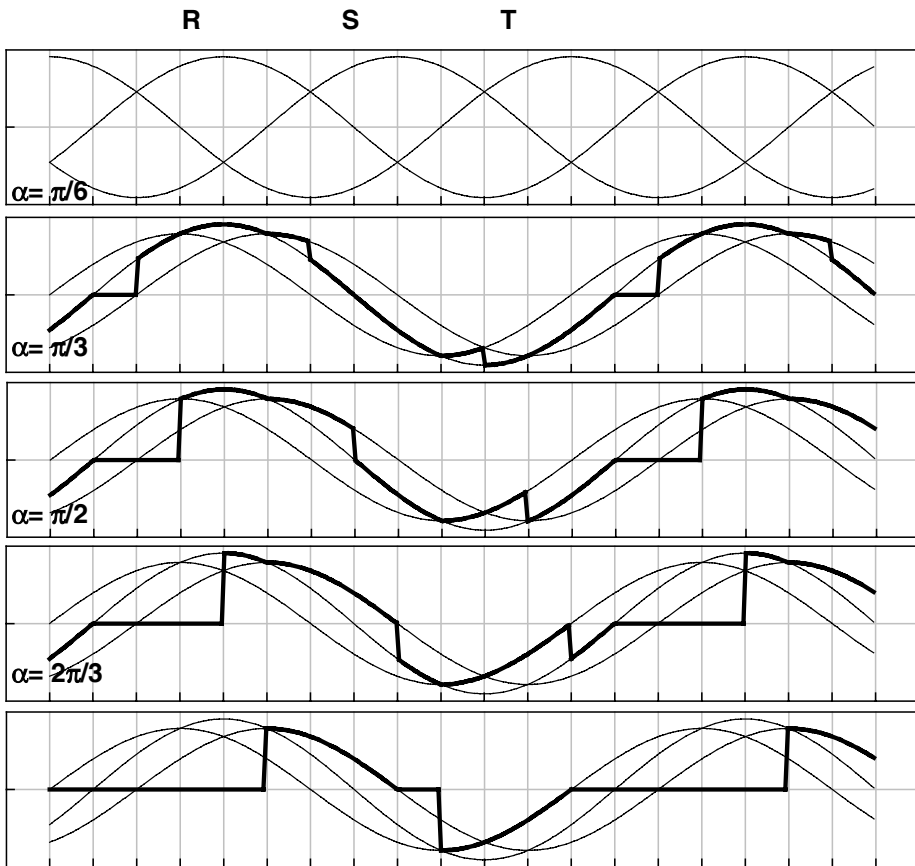
El primer paso será obtener el instante para el cual  $i=0$ , puesto que en ese momento dejarán de conducir D1 y D4 para empezar a hacerlo los transistores T1 y T4:

$$i(\omega t = \beta) = (-I_0 - E/R) \cdot e^{-\beta/\omega\tau} + E/R = 0$$

$$\Rightarrow \beta = \omega\tau \cdot \ln \left( \frac{e^{\theta/\omega\tau} + e^{\pi/\omega\tau}}{1 + e^{\pi/\omega\tau}} \right)$$



$\alpha < \pi + \pi/6$ . Para  $\pi + \pi/6 < \alpha < \pi + \pi/3$   $U_T$  se hace mayor que  $U_R$  por lo que el tiristor T1 se bloquea. En este intervalo no hay conducción de corriente a través de la carga (si estamos considerando elementos ideales) por lo que el punto N tiene una tensión flotante (desconocida) y por lo tanto no podemos saber la tensión  $V_{AN}$  ni la  $V_{NO}$ . En el caso de componentes reales, tendremos la circulación de una pequeña corriente (corriente de fugas de los elementos semiconductores en inverso) que posibilitarán que la tensión  $V_{AN} = 0$  y  $V_{NO} = U_R$ . Este mismo razonamiento se repite a lo largo de toda la onda, teniendo en cuenta que las tensiones implicadas irían cambiando.



El valor eficaz:  $\alpha = \pi/6$

$$V_1 = 217.6$$

$$V_1^2 \cdot \frac{2\pi}{V^2} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\frac{4\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{2}} \sin^2(x) \cdot dx + 2 \cdot \frac{3}{4} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin^2(x) \cdot dx$$

$$\alpha = \pi/3$$

$$V_2 = 203.2$$

$$V_2^2 \cdot \frac{2\pi}{V^2} = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\frac{5\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{2}} \sin^2(x) \cdot dx + 2 \cdot \frac{3}{4} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{6\pi}{2}} \sin^2(x) \cdot dx$$

$$\alpha = \pi/2$$

$$V_3 = 176.9$$

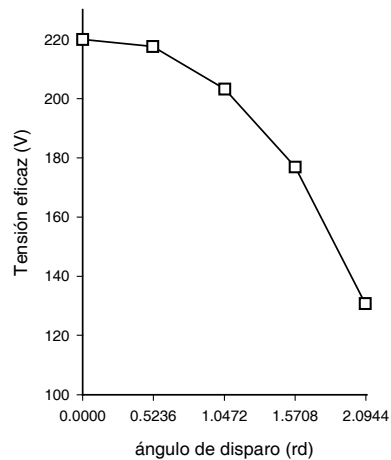
$$V_3^2 \cdot \frac{2\pi}{V^2} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\frac{7\pi}{6}}^{\frac{4\pi}{3}} \sin^2(x) \cdot dx + \int_{\frac{11\pi}{6}}^{\frac{2\pi}{2}} \sin^2(x) \cdot dx + 2 \cdot \frac{3}{4} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2(x) \cdot dx$$

$$\alpha = 2\pi/3$$

$$V_4 = 130.8$$

$$V_4^2 \cdot \frac{2\pi}{V^2} = 2 \cdot \frac{3}{4} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2(x) \cdot dx$$

ángulo	V eficaz
0	220.0
$\pi/6$	217.6
$\pi/3$	203.2
$\pi/2$	176.9
$2\pi/3$	130.8

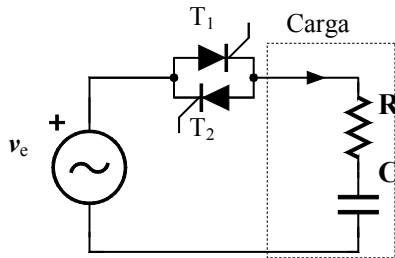


1999. SEPTIEMBRE. P2 - I.I.

El circuito de la figura es un regulador de alterna monofásico por control de fase. Para un ángulo de disparo de  $\alpha = \pi/3$ , se pide:

- Representar, razonadamente, la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.
- Expresión del ángulo de extinción de la corriente en función del ángulo de disparo.

**Datos:**  $v_{e,ef} = 220V$   $f = 50Hz$



## SOLUCIÓN

- a) Representar, razonadamente, la tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.

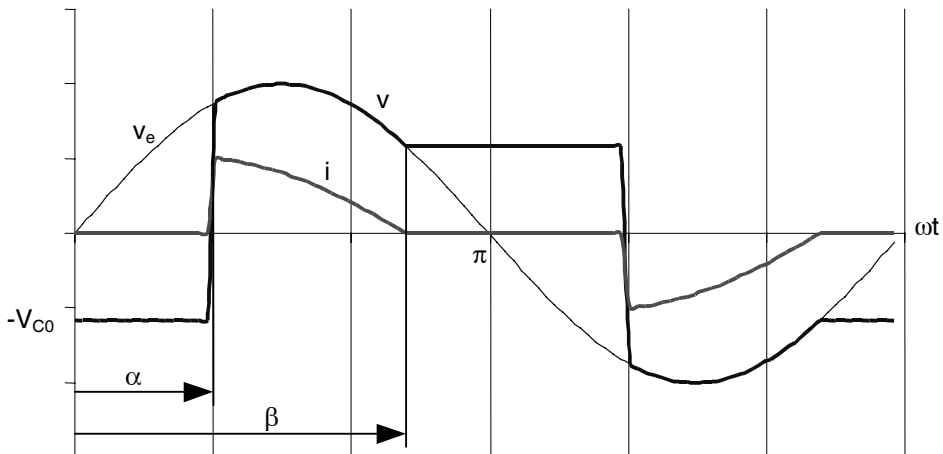
En el instante de disparo ( $\alpha = \pi/3$ ) la corriente sufre un cambio brusco puesto que ningún componente obliga a que tenga continuidad.

Por otra parte, la corriente se adelanta a la tensión ya que la carga es capacitiva.

Debido a ello, el ángulo de extinción de la corriente ( $\beta$ ) cumplirá que  $\beta < \pi$ .

En ese instante, la tensión en bornes de la carga es positiva y, al anularse la conducción del tiristor T1, el condensador quedará cargado con una tensión  $V_{C0}$ .

Ésta será la tensión en bornes de la carga en espera de que se produzca el disparo del tiristor T2.



- b) Expresión del ángulo de extinción de la corriente en función del ángulo de disparo

La ecuación diferencial en el intervalo  $\omega t \in [\alpha, \beta]$  será:

$$v_e = R \cdot i + \frac{1}{C} \int i \cdot dt \quad \Rightarrow \quad \frac{dv_e}{dt} = R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i \quad \text{donde } v_e = V \cdot \text{sen}(\omega t)$$

Esta ecuación tiene como solución la suma de una corriente en régimen permanente (solución particular) más una corriente solución de la ecuación homogénea.

$$\left. \begin{aligned} i_p &= \frac{V}{|z|} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) & \text{donde } |z| &= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; \varphi = \text{arctg} \frac{1}{\omega RC} \\ i_h &= A \cdot e^{-t/\tau} & \text{donde } \tau &= RC \end{aligned} \right\} \Rightarrow i = \frac{V}{|z|} \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi) + A \cdot e^{-t/\tau}$$



La condición de contorno para resolver la incógnita (A), vendrá impuesta el régimen permanente en el estudio de la carga del condensador. Por ello, deberá obtenerse la tensión del mismo ( $v_c$ ):

$$v_c = v_e - R \cdot i = V \cdot \operatorname{sen} \omega t - \frac{R \cdot V}{|z|} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \varphi) - R \cdot A \cdot e^{-\alpha t / \omega \tau}$$

La condición de contorno será  $-v_c(\alpha) = v_c(\beta)$ :

$$-V \operatorname{sen} \alpha + \frac{RV}{|z|} \operatorname{sen}(\alpha + \varphi) + RAe^{-\alpha / \omega \tau} = V \operatorname{sen} \beta - \frac{RV}{|z|} \operatorname{sen}(\beta + \varphi) - RAe^{-\beta / \omega \tau} \quad (1)$$

Por otra parte el ángulo de extinción se define como aquel para el que la corriente se anula:

$$i(\beta) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{|z|} \cdot \operatorname{sen}(\beta + \varphi) + A \cdot e^{-\beta / \omega \tau} = 0 \quad (2)$$

Introduciendo (2) en (1), se deja A en función de  $\beta$ :

$$A = \left[ \frac{V}{R} (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta) + \frac{V}{|z|} \operatorname{sen}(\alpha + \varphi) \right] e^{\alpha / \omega \tau}$$

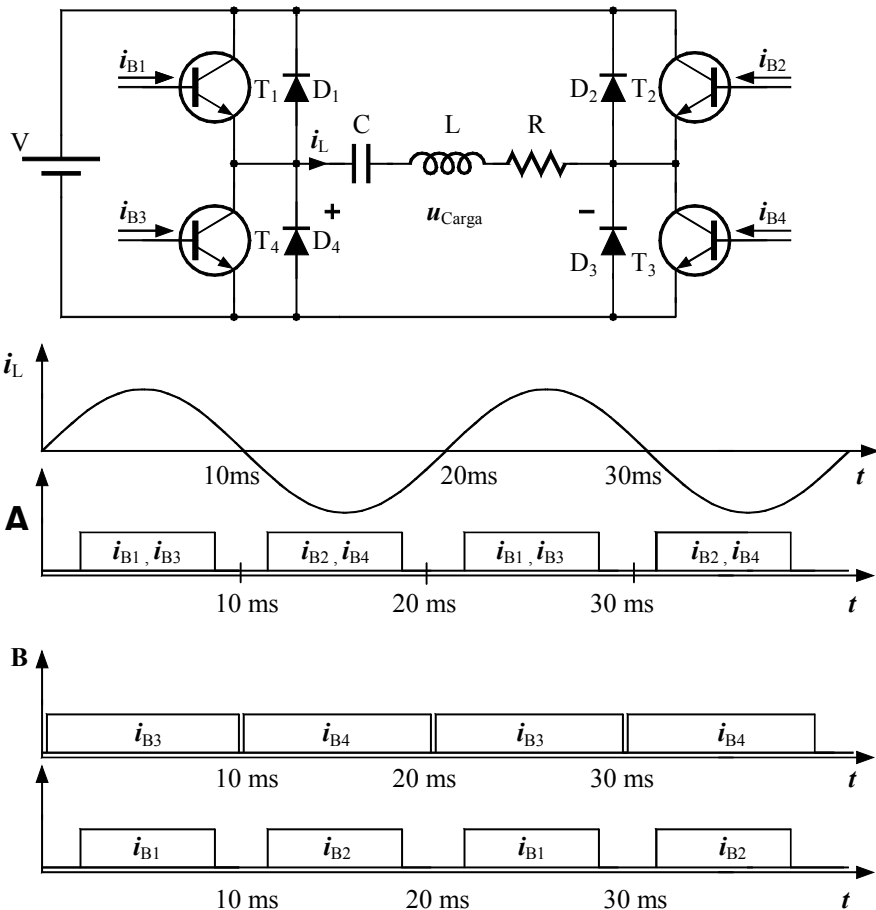
y por último, se sustituye este valor de A en la ecuación (2):

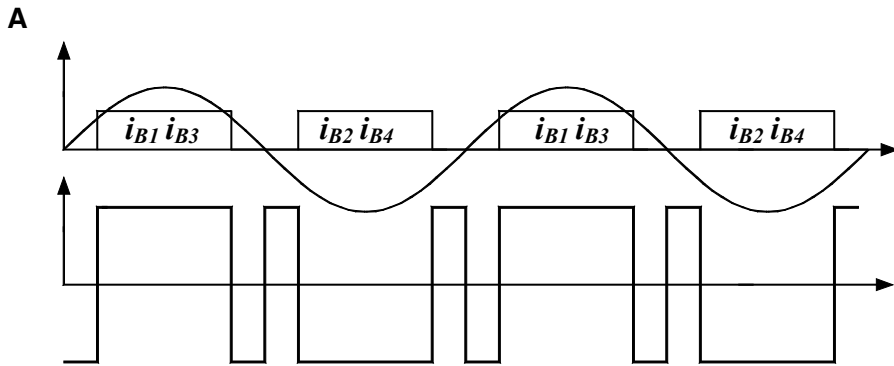
$$\frac{V}{|z|} \operatorname{sen}(\beta + \varphi) + \left[ \frac{V}{R} (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta) + \frac{V}{|z|} \operatorname{sen}(\alpha + \varphi) \right] e^{(\alpha - \beta) / \omega \tau} = 0$$

1999. SEPTIEMBRE. P3 - I.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico, alimentado por una batería  $V=200\text{ V}$ . Suponiendo que la corriente que atraviesa la carga  $i_L$  es senoidal, tal como se ve en la figura, se pide:

- Representar, razonadamente, la tensión en bornes de la carga y los intervalos de conducción de cada semiconductor, en el caso que la ley de disparo de los transistores sea la representada en la figura **A**.
- Idem, para la ley de disparo de los transistores **B**.

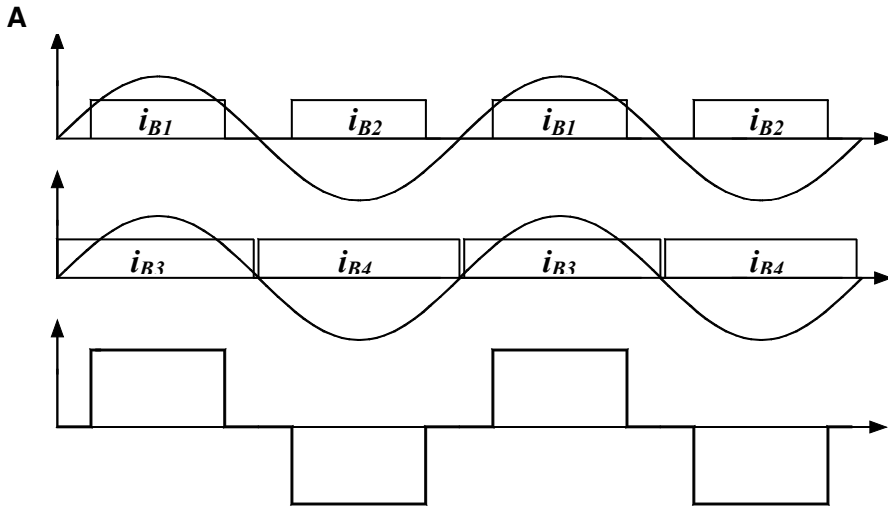




La corriente viene impuesta y es dato. Cuando este activado alguno de los transistores y pueda circular a través de él lo hará. Cuando el camino se abra a través de algún transistor (o pareja) se polarizará el diodo (o pareja de diodos) que permita la circulación de la corriente en el sentido en que viene impuesta. La tensión viene impuesta por los interruptores activos.

**A**

- Interv.  $0..t_0$  . No existe camino a través de los transistores. Se polarizan los diodos  $D_2$ - $D_4$  y  $u_{Carga} = -V$
- Interv.  $t_0 ..10ms-t_0$  Existe camino a través de los transistores  $T_1$ - $T_3$ .  $u_{Carga} = +V$
- Interv.  $10ms-t_0.. 10ms$  . No hay camino a través de transistores. Se polarizan  $D_2$ - $D_4$  y  $u_{Carga} = -V$
- Interv.  $10ms .. 10ms+t_0$  . No hay camino a través de transistores. Se polarizan  $D_1$ - $D_3$  y  $u_{Carga} = +V$
- Interv.  $10ms+t_0 ..20ms-t_0$  Existe camino a través de los transistores  $T_2$ - $T_4$ .  $u_{Carga} = -V$
- Interv.  $20ms-t_0.. 20ms$  . No hay camino a través de transistores. Se polarizan  $D_1$ - $D_3$  y  $u_{Carga} = -V$

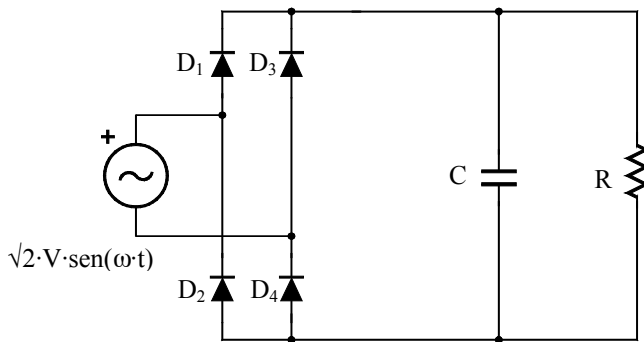
**B**

- Interv.  $0..t_0$  . No existe camino a través del transistor  $T_1$ . Se polarizan el diodo  $D_4-T_3$  y  $u_{Carga} = 0$
- Interv.  $t_0 ..10ms-t_0$  Existe camino a través de los transistores  $T_1-T_3$ .  $u_{Carga} = +V$
- Interv.  $10ms-t_0,10ms$  . No existe camino a través del transistor  $T_1$ .Se polarizan el diodo  $D_4-T_3$  y  $u_{Carga} = 0$
- Interv.  $10ms .. 10ms+t_0$ . No existe camino a través del transistor  $T_2$ . Se polariza el diodo  $D_3-T_4$  y  $u_{Carga} = 0$  Interv.  $10ms+t_0 ..20ms-t_0$  Existe camino a través de los transistores  $T_2-T_4$ .  $u_{Carga} = -V$
- Interv.  $20ms-t_0.. 20ms$ . No existe camino a través del transistor  $T_2$ . Se polariza el diodo  $D_3-T_4$  y  $u_{Carga} = 0$

2000. ENERO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador monofásico en puente completo, con filtrado capacitivo. Sabiendo que, en régimen estacionario,  $\alpha = 0.562$  rad es el ángulo eléctrico en el que empieza la conducción de  $D_1$ - $D_4$ , se pide:

- Calcular el máximo valor de corriente que atraviesa a los semiconductores.
- Obtener el valor de  $\beta$  ( ángulo de extinción de la corriente que atraviesa los semiconductores ).
- Expresión matemática y representación de  $i_R(t)$  .



**Datos:**

$$V = 220 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$R = 100 \Omega$$

$$C = 100 \mu\text{F}$$

$D_{1..4}$  ideales

**SOLUCIÓN**

**Caso 1.** Conducción a través de los diodos (la tensión de línea rectificadora supera a la tensión en la carga)

$$\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = u_C = u_R$$

Particularizando para cada componente:

$$\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = i_R \cdot R$$

$$\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt + u_{CO}$$

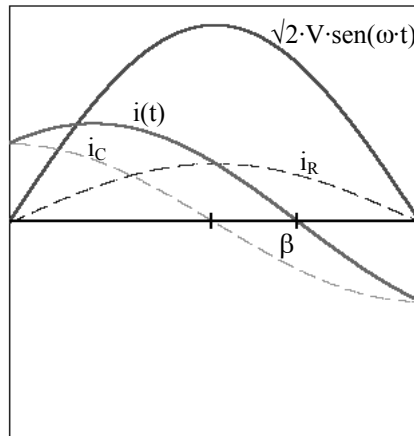
La corriente que atraviesa la resistencia:

$$i_R(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{R} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Para el condensador, derivando, tenemos:

$$i_C(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\omega \cdot C} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

La corriente total, que atraviesa a los diodos:



Corriente que tiene un máximo en:

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_m = 0 = \cos(\omega \cdot t_m) - \omega \cdot C \cdot R \cdot \text{sen}(\omega \cdot t_m)$$

$$\Rightarrow \omega \cdot t_m = \text{arctg} \left( \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R} \right)$$

Corriente que se extingue en  $\beta$  :

$$i\left(\frac{\beta}{\omega}\right) = 0 \Rightarrow \beta = \pi - \arctg(\omega \cdot C \cdot R)$$

Resolviendo numéricamente:

$$\omega \cdot t_m = 0.308 \text{ rd } (< \alpha)$$

$$\alpha = 0.562 \text{ rd (dato)} \Rightarrow \text{Valor máximo}$$

$$i\left(\frac{\alpha}{\omega}\right) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \left( \frac{\text{sen}(\alpha)}{R} + \omega \cdot C \cdot \cos(\alpha) \right)$$

$$\beta = 1.879 \text{ rd} \Rightarrow \text{Ángulo de extinción}$$

**Caso 2.** Diodos en corte.

Una vez la corriente que atraviesa a los diodos se extingue, éstos quedan en corte mientras la tensión en la carga supere la tensión rectificada de línea. Para ese intervalo el circuito a analizar es el formado por R y C en paralelo, donde C parte del valor de tensión inicial  $u'_{CO} = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta)$ .

Para este caso podemos decir:

$$u_R(t) = u_C(t) \Rightarrow i(t) \cdot R = \frac{1}{C} \int_{\beta/\omega}^t -i(t) \cdot dt + u'_{CO}$$

Derivando, tenemos:

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} i(t) = 0$$

Cuya solución  $i = i_H + i_P (=0)$ , es:

$$i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = 1/(R \cdot C)$$

Condición de contorno:

$$u_C\left(\frac{\beta^{-0}}{\omega}\right) = u_C\left(\frac{\beta^{+0}}{\omega}\right) \Rightarrow i_R\left(\frac{\beta^{+0}}{\omega}\right) \cdot R = A \cdot R \cdot e^{-\frac{\beta}{\omega\tau}} = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta)$$

De donde obtenemos:

$$i(t) = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta)}{R} \cdot e^{-\frac{\omega t - \beta}{\omega \tau}}$$

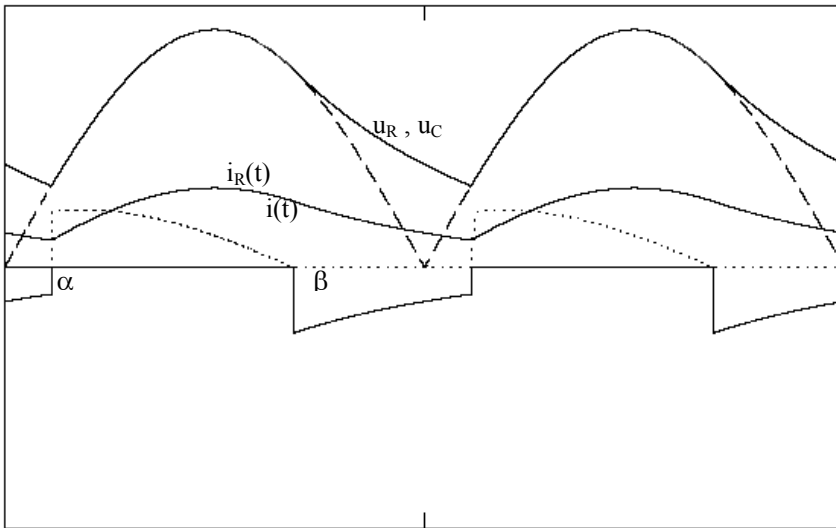
$$u_C(t) = u_R(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta) \cdot e^{-\frac{\omega t - \beta}{\omega \tau}}$$

Esta conducción continuará hasta que la tensión de línea rectificadora se iguale a la de la carga en el instante  $(\pi + \alpha)/\omega$ :

$$-\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\pi + \alpha) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta) \cdot e^{-\frac{\omega t - \beta}{\omega \tau}}$$

Lo cual determina, por resolución de la ecuación trascendente, el valor de  $\alpha$  (si bien en este problema se daba como dato):

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{sen}(\beta)} = e^{-\frac{\omega t - \beta}{\omega \tau}} \Rightarrow \boxed{\alpha}$$



$$i_R(t) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)}{R} & \omega \cdot t \in [\alpha \quad \beta] \\ \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\beta)}{R} \cdot e^{-\frac{\omega t - \beta}{\omega \tau}} & \omega \cdot t \in [\beta \quad \pi + \alpha] \\ \pi - \text{periodica} & \end{cases}$$



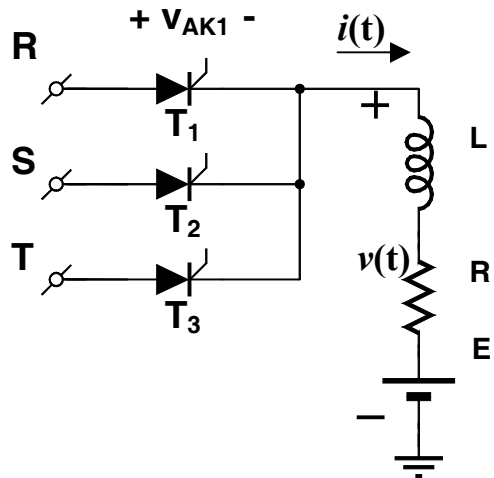
2000. JUNIO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un cargador de baterías basado en un rectificador trifásico de media onda.

- a1) Calcúlese cuál es la tensión máxima de batería ( $E$ ) que permite el régimen de conducción continua para un cierto ángulo de disparo  $\alpha_D$ .
  - a2) Expresión de la corriente  $i(t)$  por la carga en la situación del apartado (a1).
  - a3) Aplicación numérica del resultado del apartado (a1), siendo  $R=8\Omega$ ;  $L=20\text{mH}$ ;  $V=50\text{ V}$  eficaces;  $\alpha_{\text{máx}}=\pi/6$ . En estas condiciones, ¿cuál es la potencia media entregada a la batería?
- b) Estando la batería cargada con  $E=48\text{V}$ , por necesidades de mantenimiento se elimina la inductancia  $L$ .

En estas nuevas condiciones y considerando los valores  $R=8\Omega$ ;  $V=50\text{ V}$  eficaces;  $\alpha_D=\pi/6$ , se pide:

- b1) Expresión matemática de la corriente por la carga ( $i$ ).
- b2) Formas de onda de la tensión y la corriente por la carga ( $v$ ,  $i$ ).
- b3) Forma de onda justificada de la tensión ánodo cátodo del tiristor de la fase R ( $v_{AK1}$ ).



**Datos:**  $|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 50V_{ef}$

Reg. estacionario.

Semiconductores ideales.

**SOLUCIÓN**

- a1) La ecuación básica de la tensión en la carga, tomando el periodo de conducción en el cual conduce el tiristor T1, es

$$V_R = u_R + u_L + E = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + E$$

La solución de esta ecuación diferencial esta constituida por un término que representa el régimen permanente y otro termino que representa el transitorio; es decir:

$$i = \frac{V\sqrt{2}}{|Z|} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + A \cdot e^{-t/\tau}$$

donde:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} = 10.17\Omega ; \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} = 0.67 \text{rad}; \quad \tau = \frac{L}{R} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{s}$$

Las únicas incógnitas que deben determinarse son “A” y la tensión en la batería “E”. Para ello, el enunciado nos pide la mínima tensión de la batería que permita la conducción continua. Es decir, se plantea el caso límite donde la corriente llega a  $i=0$  cuando es disparado el siguiente tiristor. Con la referencia de las gráficas, el disparo se produce en  $\omega t = \alpha_D + \pi/6$ . Las condiciones de contorno son:

$$i(\omega t = \pi/6 + \alpha_D) = 0 \quad \Rightarrow 0 = \frac{V\sqrt{2}}{|Z|} \cdot \text{sen}(\pi/6 + \alpha_D - \varphi) - \frac{E}{R} + A \cdot e^{-(\pi/6 + \alpha_D)/\omega\tau}$$

$$i(\omega t = 2\pi/3 + \pi/6 + \alpha_D) = 0 \quad \Rightarrow 0 = \frac{V\sqrt{2}}{|Z|} \cdot \text{sen}(5\pi/6 + \alpha_D - \varphi) - \frac{E}{R} + A \cdot e^{-(5\pi/6 + \alpha_D)/\omega\tau}$$

Despejando A en la primera ecuación:

$$A = \left[ \frac{E}{R} - \frac{V\sqrt{2}}{|Z|} \cdot \text{sen}(\pi/6 + \alpha_D - \varphi) \right] \cdot e^{(\pi/6 + \alpha_D)/\omega\tau} \quad (1)$$

y sustituyendo en la segunda:

$$E = \frac{R \cdot V \cdot \sqrt{2}}{|Z|} \left[ \text{sen}(5\pi/6 + \alpha_D - \varphi) - \text{sen}(\pi/6 + \alpha_D - \varphi) \cdot e^{-2\pi/3\omega\tau} \right] \cdot \frac{1}{1 - e^{-2\pi/3\omega\tau}} \quad (2)$$

a2) La corriente, ya se ha visto, es:

$$i = \frac{V\sqrt{2}}{|Z|} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) - \frac{E}{R} + A \cdot e^{-t/\tau}$$

donde E toma el valor de la ecuación (2) y la incógnita A se obtiene de (1), tras introducir (2).

a3) Dando valores, se obtiene que la tensión máxima en la batería es  $E=35.35\text{V}$ .

Por otra parte, la potencia media entregada a la batería será  $\text{Pot}=E \cdot i_{\text{med}}$ . Para calcular  $i_{\text{med}}$  debe recordarse la ecuación del circuito tomando valores medios (de continua):

$$\overline{V_R} = R \cdot i_{\text{med}} + L \cdot \frac{di}{dt} + E \quad \Rightarrow \quad i_{\text{med}} = \frac{\overline{V_R} - E}{R}$$

El valor medio de la tensión en la carga, viene dado por la ecuación:

$$\overline{V_R} = V\sqrt{2} \cdot \frac{\text{sen}(\pi/3)}{\pi/3} \cdot \cos\alpha_D = 50.64\text{V}$$

por lo que:  $i_{\text{med}}=1.91\text{ A}$ ; y finalmente **Pot= 67.5W**.

b1) Al eliminar la inductancia L, la nueva ecuación del circuito es

$$u_{\text{fase}} = V_{AK} + R \cdot i + E$$

Suponiendo en conducción el tiristor 1, tenemos

$$\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) = R \cdot i + E \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) - E}{R}$$

ecuación que es válida siempre que  $i \geq 0$ , esto es

$$\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) \geq E \quad \Rightarrow \quad \arcsen \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V} \leq \omega \cdot t \leq \beta = \pi - \arcsen \frac{E}{\sqrt{2} \cdot V}$$

$$0.746 \text{ rad} \leq \omega \cdot t \leq \beta = 2.395 \text{ rad}$$

Por tanto, si el tiristor 1 conduce, se bloqueará en el instante tal que  $\omega t = \beta = 2.395$  rad. A partir de este instante la corriente será nula, y la tensión en la carga será igual a la tensión de la batería  $E$ .

Debemos suponer, pues, que cuando se produce el impulso de disparo la corriente por la carga es cero (ya que cualquier tiristor que hubiera estado en conducción se habrá bloqueado). Hay que comprobar que el tiristor está en condiciones de ser disparado.

Para el tiristor 1:

$$V_{AK1}(t_D) = u_R(t_D) - E = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} + \alpha_D\right) - E$$

que para  $\alpha_D = \pi/6$ , y con los datos del problema, es positiva, por lo que el tiristor entrará en conducción. Una vez bloqueado un tiristor, la corriente será nula hasta el disparo del siguiente tiristor, que en nuestro caso se producirá en un ángulo  $\alpha = \pi/6 + \alpha_D + 2\pi/3 = \pi$ .

Por tanto, la expresión de la corriente, para el tiristor 1 será

$$i = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) - E}{R} & \frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \beta \\ 0 & 0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} \text{ y } \beta \leq \omega t \leq \pi \end{cases}$$

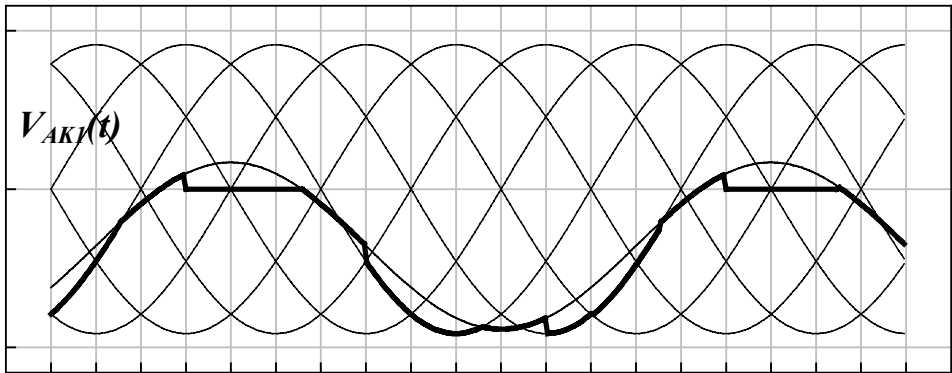
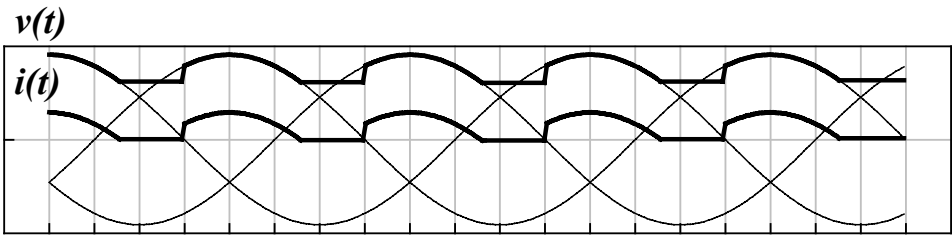
y se repetirá cíclicamente para cada fase.

**b3)** La tensión ánodo - cátodo será, para el tiristor 1

$$V_{AK1} = V_{A1} - V_{K1} = u_R - v$$

por tanto

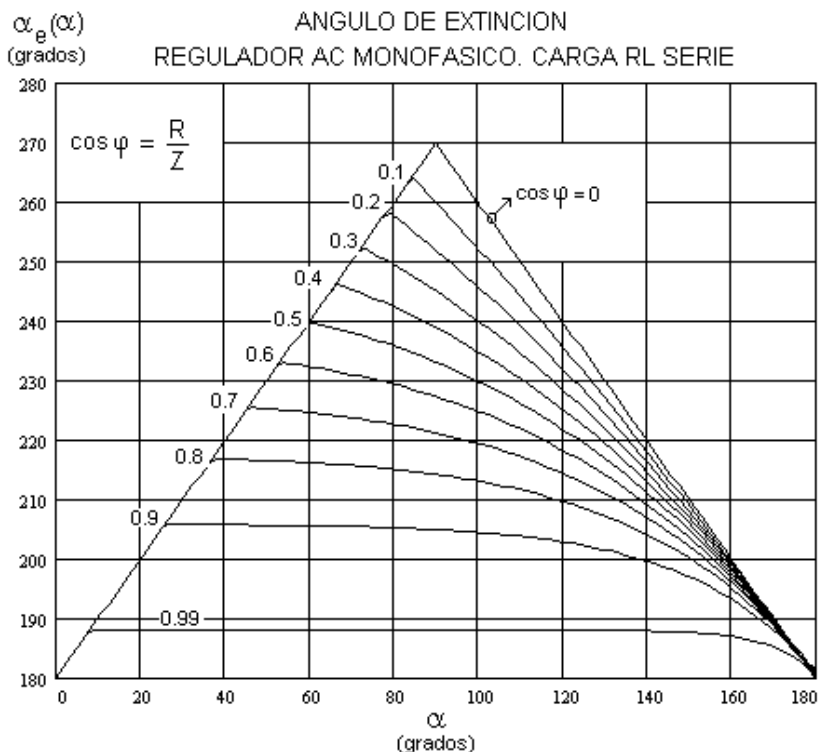
$$V_{AK1} = \begin{cases} 0 & \frac{\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \beta \\ u_R - E = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) - E & \beta \leq \omega \cdot t \leq \pi \\ u_R - u_S = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) & \pi \leq \omega \cdot t \leq \beta + \frac{2\pi}{3} \\ u_R - E = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) - E & \beta + \frac{2\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \frac{5\pi}{3} \\ u_R - u_S = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right) & \frac{5\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \beta + \frac{4\pi}{3} \\ u_R - E = \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega t) - E & \beta + \frac{4\pi}{3} \leq \omega \cdot t \leq \frac{7\pi}{3} \end{cases}$$



2000. JUNIO. P2 - I.I.

Sea un regulador de alterna monofásico con carga R-L serie ( $R=10\Omega$ ,  $L=43\text{mH}$ ) trabajando a partir de una red de  $220V_{ef}$  y  $50\text{Hz}$ .

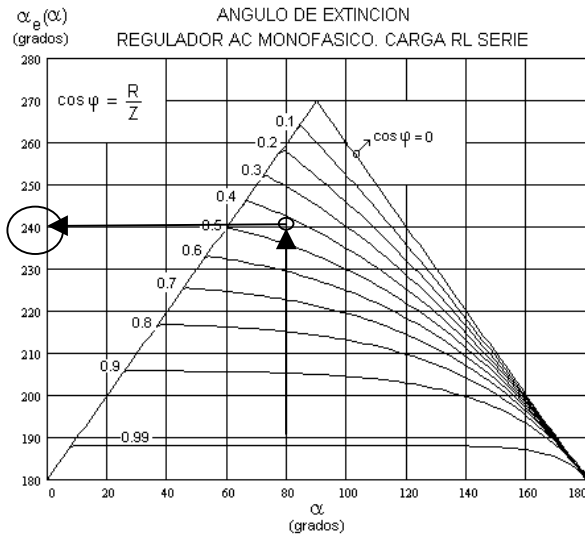
- Calcular el margen de regulación (de variación del ángulo de disparo  $\alpha$ ) para la carga descrita.
- Para un ángulo de disparo  $\alpha=80^\circ$ , calcular el ángulo de extinción correspondiente  $\alpha_e$ .
- Calcular el valor eficaz de la tensión en la carga R-L en las condiciones del apartado b.



**SOLUCIÓN**

a) El margen de regulación para una carga ohmico-inductiva viene dado por  $\omega \cdot t \in [ \varphi, \pi ]$  donde  $\varphi$  es el desfase entre tensión e intensidad para la carga en régimen estacionario senoidal.  $\varphi = \text{atg} ( \omega \cdot L / R ) = 0.93 \text{ rd}$ .

b) Para  $\alpha = 80^\circ$  y  $\cos(\varphi) = \cos(0.93) = 0.6$  se obtiene ( de la gráfica )  $\alpha_e = 230^\circ$



c) Para  $\alpha = (80^\circ \cdot \pi / 180^\circ) \text{ rd}$  y  $\alpha_e = (230^\circ \cdot \pi / 180^\circ) \text{ rd}$  tenemos un valor eficaz de tensión en la carga de...

$$V_e = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_e} (\sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t))^2 \cdot d(\omega \cdot t)} \Rightarrow$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2 \cdot V^2}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha_e} \left( \frac{1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)}{2} \right) \cdot d(\omega \cdot t)}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{V^2}{\pi} \left( \alpha_e - \alpha + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha) - \text{sen}(2 \cdot \alpha_e)}{2} \right)}$$

$$V_e = 220 \cdot \sqrt{\frac{\alpha_e - \alpha}{\pi} + \frac{\text{sen}(2 \cdot \alpha) - \text{sen}(2 \cdot \alpha_e)}{2 \cdot \pi}} \approx 188 V$$

2000. JUNIO. P3 - I.I.

---

En un convertidor DC-DC BUCK conmutando a una frecuencia  $f_s$  y alimentando a una carga resistiva R:

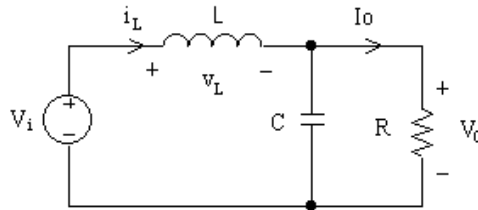
- a) Deducir la expresión de la tensión de salida  $V_o$  en función de la tensión de entrada  $V_i$  y el ciclo de trabajo D si el conversor trabaja en conducción continua. Dibujar las formas de onda características.
  - b) Deducir (en función de  $V_i$ ,  $V_o$ , L, C,  $f_s$ , ...) la expresión del máximo valor de la resistencia de carga R para que el conversor trabaje en conducción continua.
  - c) Para  $V_i=15V\div 30V$ ,  $V_o=5V$ ,  $R=1\Omega\div 30\Omega$ ,  $f_s=50kHz$  ¿cómo elegiría la inductancia L para trabajar siempre en conducción continua bajo esas condiciones?
-



**SOLUCIÓN**

- a) En conducción continua se tienen dos secuencias de funcionamiento según el estado del interruptor S (ON u OFF).

**S ON:** Durante esta secuencia, la tensión en bornes del diodo es negativa ( $-V_i$ ) y en consecuencia permanece bloqueado.



Como se desprende del circuito equivalente de la figura, la tensión en bornes de la inductancia L es positiva (ec.3), por lo que la corriente aumenta según la expresión (3).

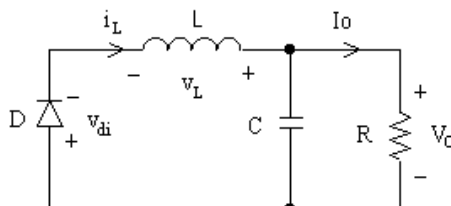
$$v_L(t) = V_i - v_o(t) \cong V_i - V_o > 0 \quad (1)$$

$$v_L(t) = L \frac{di_L}{dt} > 0 \Rightarrow i_L \text{ crece} \left( \frac{di_L}{dt} > 0 \right) \quad (2)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{V_i - V_o}{L} \quad (3)$$

Admitiendo que la capacidad del condensador C es lo suficientemente elevada como para poder considerar que en un periodo de conmutación la tensión de salida permanece constante, la evolución de la corriente  $i_L$  será lineal con una pendiente positiva y constante definida por la ecuación (3).

**S OFF:** Cuando S se bloquea, el diodo permite la continuidad de la corriente en la inductancia. Estamos en la secuencia de libre circulación.



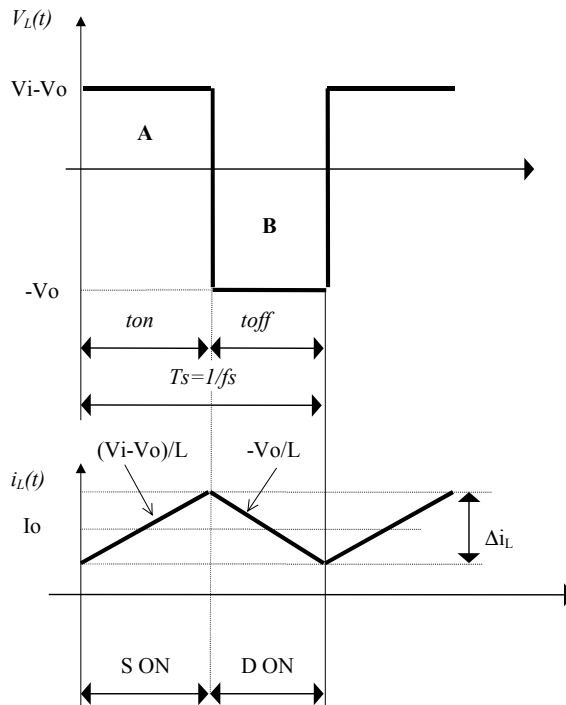
Despreciando la caída de tensión en el diodo, las ecuaciones que describen el comportamiento del circuito durante esta secuencia son las siguientes:

$$v_{di}(t) \cong 0 \quad (4)$$

$$v_L(t) = 0 - V_o = -V_o < 0 \quad (5)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-V_o}{L} < 0 \Rightarrow i_L \text{ decrece} \quad \left( \frac{di_L}{dt} < 0 \right) \quad (6)$$

De acuerdo con estas expresiones, las formas de onda de la tensión y la corriente en la inductancia (en conducción continua) quedan como se refleja en la figura 6.



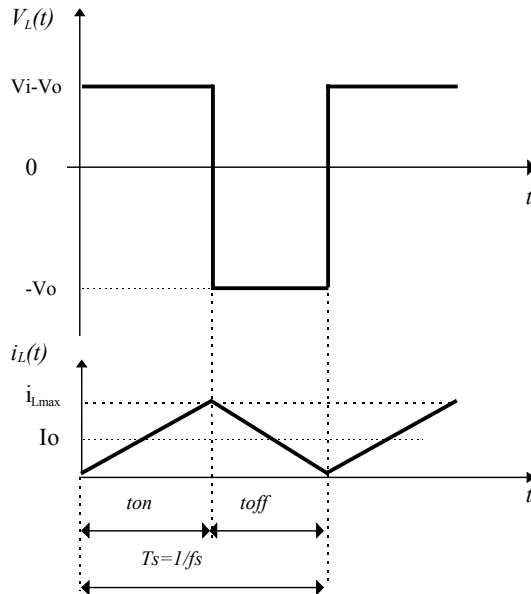
En régimen permanente el valor medio de la corriente que atraviesa el condensador de salida debe ser cero, por lo que el valor medio de la corriente en el inductor de potencia coincide con la corriente de carga:

$$i_l(t) = I_o + i_c(t) \Rightarrow \langle i_l \rangle = I_l = I_o = \frac{V_o}{R} \quad (7)$$

Por otro lado, en régimen permanente el valor medio de la tensión aplicada a la bobina es cero, con lo que las áreas A y B coinciden en valor absoluto, de lo que se deduce la expresión de la tensión de salida en conducción continua:

$$\begin{aligned} A = B &\Rightarrow (V_i - V_o) \cdot t_{on} = V_o \cdot t_{off} \\ (V_i - V_o) \cdot D \cdot T_s &= V_o \cdot (1 - D) \cdot T_s \Rightarrow V_o = D \cdot V_i \end{aligned} \quad (8)$$

- b) Las formas de onda de la tensión y corriente en la bobina en el límite entre conducción continua y conducción discontinua son:



En conducción continua (y también en el límite) el rizado pico a pico de la corriente en el inductor se puede expresar como:

$$\Delta i_L = \frac{V_i - V_o}{L} D T_s = \frac{V_o}{L} (1 - D) T_s \quad (9)$$

En este caso el rizado pico a pico de la corriente en el inductor toma el valor del doble de la corriente de carga y coincide con el valor máximo instantáneo de la corriente en L:

$$\Delta i_L = i_{lmax} = 2 \cdot I_o = \frac{di_L}{dt} \cdot t_{on} = \frac{V_i - V_o}{L} \cdot D \cdot T_S = \frac{V_o \cdot (1 - D) \cdot T_S}{L} \quad (10)$$

Por lo que la mínima corriente de carga para estar en conducción continua es despejando de (10):

$$I_{o\ min} = \frac{V_o}{R_{max}} = \frac{V_o \cdot (1 - D) \cdot T_S}{2L} \quad (11)$$

Y la máxima resistencia de carga para estar en conducción continua:

$$R_{max} = \frac{2L}{(1 - D) \cdot T_S} \quad (12)$$

c) La mínima inductancia para trabajar en conducción continua para una carga R dada resultaría de despejar L de la ecuación (12):

$$L_{min} = \frac{R \cdot (1 - D) \cdot T_S}{2} \quad (13)$$

Como se puede deducir fácilmente de (13), el peor caso (máxima inductancia mínima) es en las condiciones de trabajo Rmax-Vimax:

$$L_{min-max} = \frac{R_{max} \cdot (1 - D_{min}) \cdot T_S}{2} = \frac{R_{max} \cdot \left(1 - \frac{V_o}{V_{i-max}}\right) \cdot T_S}{2} = 250\mu H \quad (14)$$

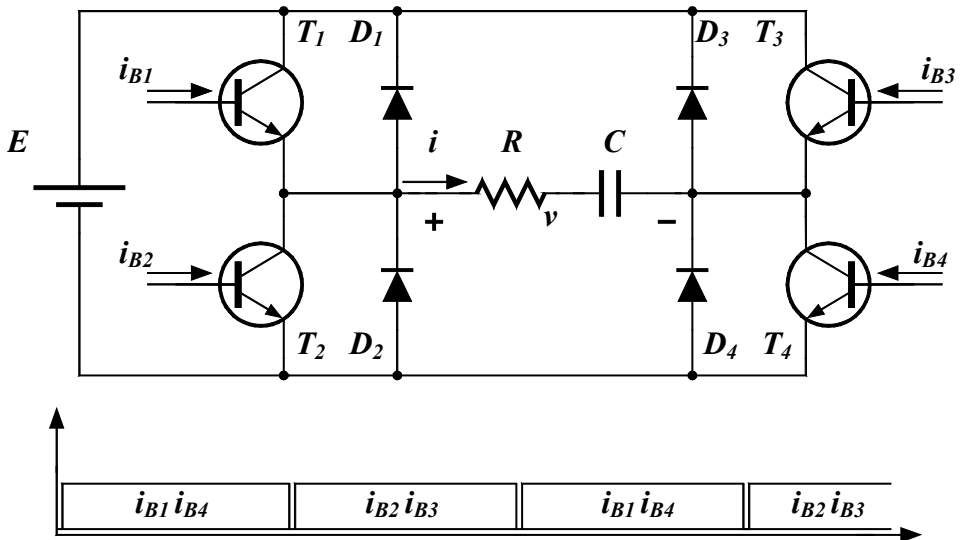
---

2000. JUNIO. P4 - I.I.

El circuito de la figura es un inversor monofásico que alimenta a una carga RC. Suponiendo que opera en régimen estacionario y que  $T = 4 \cdot RC$ .

Se pide:

- Expresión de la corriente por la carga ( $i$ ).
- Intervalo de conducción de cada uno de semiconductores de potencia.



**SOLUCIÓN**

a) Expresión de la corriente por la carga  $i(t)$ .

Semiciclo positivo  $t \in [0, T/2]$  :

$$1.L.K. \quad E = u_R(t) + u_C(t) = i(t) \cdot R + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) \cdot dt + u_{C0} \quad [1]$$

Derivando obtenemos:

$$\text{Ec.Dif.} \quad 0 = \frac{di(t)}{dt} \cdot R + \frac{1}{C} \cdot i(t) \quad [2]$$

Solución particular (Reg.Est.DC):

$$\text{Sol.Part.} \quad i_p(t) = 0 \quad (\text{Condensador} \approx \text{circ. abierto}) \quad [3]$$

Solución homogénea:

$$\text{Ec.Hom.} \quad \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i(t) = \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i(t) = 0 \quad [4]$$

$$\text{Sol.Hom.} \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad [5]$$

Condiciones de contorno:

La tensión en el condensador no puede sufrir cambios bruscos, y existe repetibilidad y alternancia debido a la simetría en la excitación en cuanto a duraciones y tiempos (la carga además no presenta asimetrías respecto a la polaridad). Por otra parte, en el enunciado se dice  $T = 4 \cdot R \cdot C = 4 \cdot \tau$ .

En consecuencia...

$$u_C(t)|_{t=0} = u_{C0} \Rightarrow u_C(t)|_{t=0} = E - u_R(t)|_{t=0} \Rightarrow u_{C0} = E - R \cdot A \quad [6]$$

$$u_C(t)|_{t=T/2} = -u_{C0} \Rightarrow u_C(t)|_{t=T/2} = E - u_R(t)|_{t=T/2} \Rightarrow -u_{C0} = E - R \cdot A \cdot e^{-2} \quad [7]$$

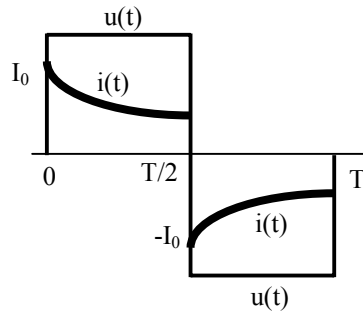
De ambas ecuaciones [6]+[7]:

$$A = \frac{2 \cdot E}{R} \cdot \frac{e^2}{e^2 + 1} = I_0 \quad [8]$$

$$u_{c0} = E \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot e^2}{e^2 + 1} \right) \quad [9]$$

Por fin, teniendo en cuenta la simetría, obtenemos la expresión de  $i(t)$ :

$$i(t) = \begin{cases} I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & t \in [0, T/2] \\ -I_0 \cdot e^{-\frac{t-T/2}{\tau}} & t \in [T/2, T] \end{cases}$$



b) El intervalo de conducción de cada semiconductor es:

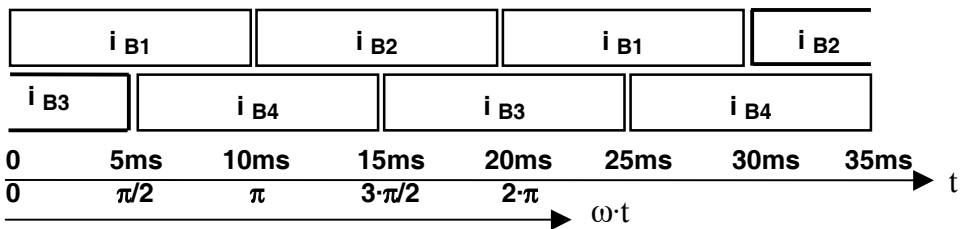
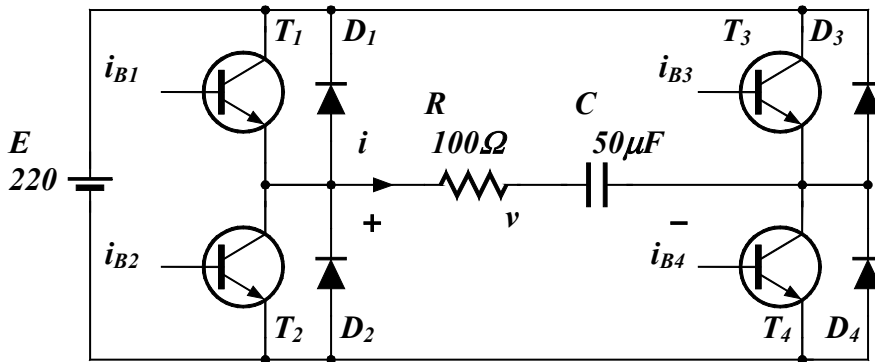
Semiciclo positivo  $t \in [ 0 , T/2 ]$  : Transistores T1-T4

Semiciclo negativo  $t \in [T/2 , T ]$  : Transistores T3-T2

2000. SEPTIEMBRE. P1 - I.I.

El circuito representado es un inversor monofásico. Para la secuencia de corrientes de base que aparece en la figura, y para régimen estacionario, se pide:

- Representar razonadamente la tensión en bornes de la carga,  $u(t)$ .
- Obtener el valor eficaz de tensión en la carga.
- Obtener la expresión de corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .
- Representar razonadamente la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .
- Determinar el intervalo de conducción de cada uno de los semiconductores.

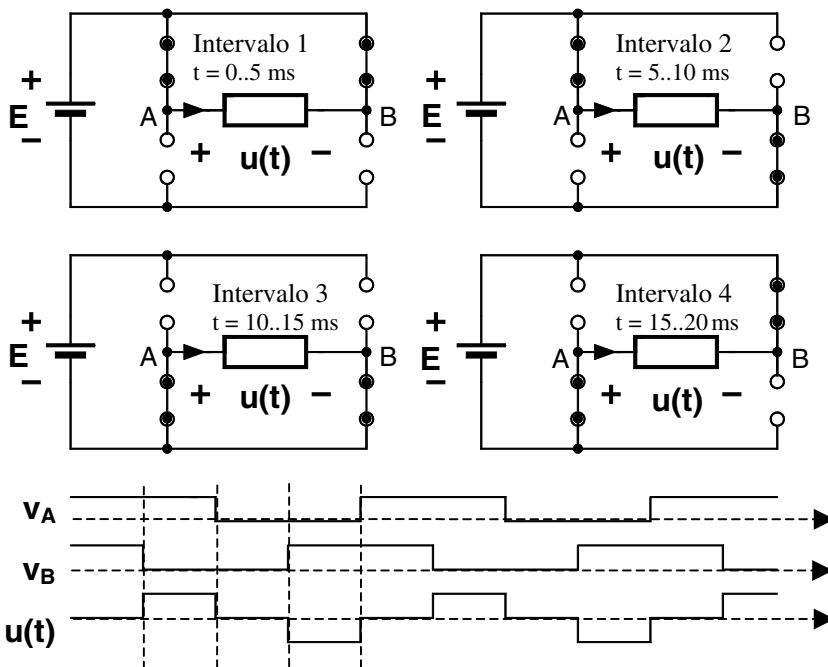




**SOLUCIÓN**

a) Representar razonadamente la tensión en bornes de la carga,  $u(t)$ .

Independientemente de la carga y asumiendo los semiconductores de potencia como interruptores ideales, la tensión que impone el inversor responde a la secuencia de cierre de cada una de las ramas, tal y como aparece en la figura siguiente.



b) Obtener el valor eficaz de tensión en bornes de la carga.

$$V = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[ \int_0^{T/4} 0 \cdot dt + \int_{T/4}^{T/2} E^2 \cdot dt + \int_{T/2}^{T \cdot 3/4} (-E)^2 \cdot dt + \int_{T \cdot 3/4}^T 0 \cdot dt \right]} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

c) Obtener la expresión de corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .

Cada intervalo representa un estado que impone una expresión distinta de corriente de manera que  $i(t)$  tendrá que obtenerse en cada uno de los intervalos.

Intervalo 1.  $0 = R \cdot i_1(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_1(t) \cdot dt + u_{C0}$

$$\boxed{\text{Intervalo 2.}} \quad E = R \cdot i_2(t') + \frac{1}{C} \cdot \int_0^{t'} i_2(t') \cdot dt' + u_{C1}$$

donde  $t' = t - 5 \text{ ms}$

Los intervalos 3 y 4, puesto que la tensión en bornes de la carga es simétrica en amplitudes y duraciones, en régimen estacionario, poseerán idéntica expresión con signo contrario.

**Intervalo 1.**

$$1.LK. \quad 0 = R \cdot i_1(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_1(t) \cdot dt + u_{C0}$$

$$\text{Ec.Dif.} \quad 0 = \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i_1(t) = \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i_1(t)$$

Sol. Part.  $i_{p1}(t) = 0$  Régimen estacionario de continua con carga capacitiva.

$$\text{Sol.Hom.} \quad i_{1H}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{Solución:} \quad i_1(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**Intervalo 2.**

$$1.LK. \quad E = R \cdot i_2(t') + \frac{1}{C} \cdot \int_0^{t'} i_2(t') \cdot dt' + u_{C1}$$

$$\text{Ec.Dif.} \quad 0 = \frac{di_2(t')}{dt'} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot i_2(t') = \frac{di_2(t')}{dt'} + \frac{1}{\tau} \cdot i_2(t')$$

Sol. Part.  $i_{p2}(t') = 0$  Régimen estacionario de continua con carga capacitiva.

$$\text{Sol.Hom.} \quad i_{2H}(t') = B \cdot e^{-\frac{t'}{\tau}} \quad \text{Solución:} \quad i_2(t') = B \cdot e^{-\frac{t'}{\tau}}$$

**Condiciones de contorno:**  $\tau = 100 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0.005$

$$u_C(0) = u_{C0} = -U_0 \Rightarrow i_1(0) = \frac{U_0}{R} \Rightarrow A = \frac{U_0}{R}$$

$$u_C(0.005) = u_{C1} = -U_1 \Rightarrow i_1(0.005) = \frac{U_1}{R} = A \cdot e^{-\frac{0.005}{\tau}} \Rightarrow A = \frac{U_1}{R} \cdot e$$

$$u_C(0.005) = u_{C1} = -U_1 \Rightarrow i_2(0) = \frac{E + U_1}{R} \Rightarrow B = \frac{E + U_1}{R}$$

$$u_C(0.010) = +U_0 \Rightarrow i_2(t' = 0.005) = \frac{E - U_0}{R} = B \cdot e^{-1} \Rightarrow B = \frac{E - U_0}{R} \cdot e$$

de donde:

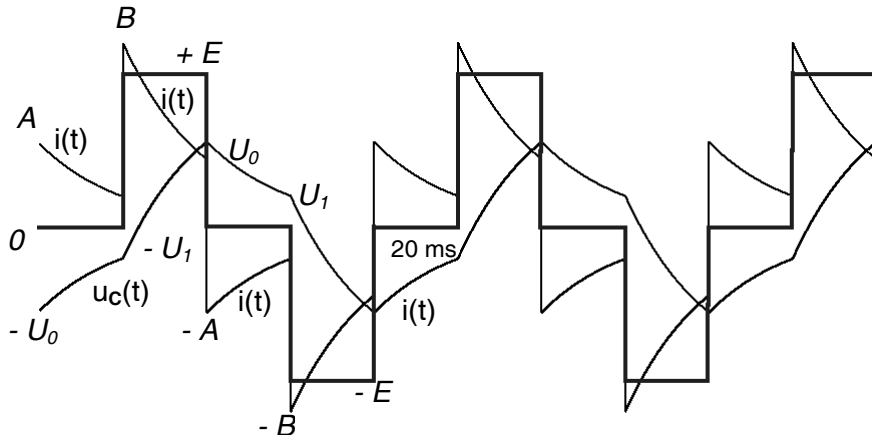
$$U_0 = U_1 \cdot e = (E - U_0) \cdot e - E \Rightarrow U_0 = E \cdot \frac{e-1}{e+1} \Rightarrow A = \frac{E}{R} \cdot \frac{e-1}{e+1}$$

$$U_1 = E \cdot \frac{e-1}{(e+1) \cdot e} \Rightarrow B = \frac{E}{R} \cdot \left[ 1 + \frac{e-1}{(e+1) \cdot e} \right]$$

Así pues:

$$i(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} & t = 0..0.005 \\ B \cdot e^{-\frac{t-0.005}{\tau}} & t = 0.005..0.010 \\ -A \cdot e^{-\frac{t-0.010}{\tau}} & t = 0.010..0.015 \\ -B \cdot e^{-\frac{t-0.015}{\tau}} & t = 0.015..0.020 \end{cases}$$

d) Representar razonadamente la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ .



e) Determinar el intervalo de conducción de cada uno de los semiconductores.

Intervalo 1.

$i(t) > 0$   $u(t) = 0 \Rightarrow$  Conducción a través de T1 – D3

La corriente tiene el sentido de  $A \rightarrow B$  circulando a través de las dos ramas superiores. Como no puede existir circulación en el transistor T3 en el sentido emisor-colector puesto que es NPN y la tensión con la que se encuentra cargado el condensador permite polarizar correctamente D3, la corriente se cierra a través del diodo.

Intervalo 2.

$i(t) > 0$   $u(t) = +E \Rightarrow$  Conducción a través de T1 – T4

La corriente tiene el sentido de  $A \rightarrow B$  circulando a través de la diagonal T1-T4.

Intervalo 3.

$i(t) < 0$   $u(t) = 0 \Rightarrow$  Conducción a través de T2 – D4

La corriente tiene el sentido de  $B \rightarrow A$  circulando a través de las dos ramas inferiores. Idem intervalo 1 ( en este caso con D4 ).

Intervalo 4.

$i(t) < 0$   $u(t) = -E \Rightarrow$  Conducción a través de T3 – T2

La corriente tiene el sentido de  $B \rightarrow A$  circulando a través de la diagonal T3-T2.

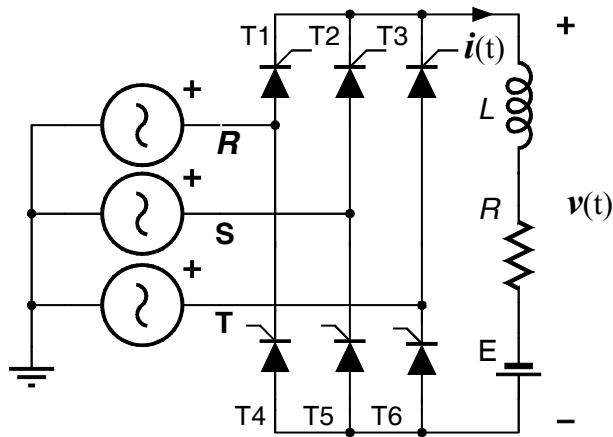
D1 y D2 no conducen nunca

2000. SEPTIEMBRE. P3 - I.I.

El rectificador trifásico de la figura alimenta un motor de continua (carga RLE). Se desea estudiar el frenado del motor, estado en el que la fuerza contraelectromotriz toma la polaridad representada en la figura y en el que existe devolución de energía a la red. A efectos de éste análisis, el rectificador se considera funcionando en régimen estacionario y en conducción continua.

En estas condiciones, si la potencia media entregada por E toma un valor conocido  $P_E$  y constante, se pide:

- Valor medio de la tensión en bornes de la carga ( $v_{med}$ ) y ángulo de disparo ( $\alpha_0$ ) que permite devolver la potencia  $P_E$ .
- Expresión matemática de la corriente que atraviesa la carga,  $i(t)$ , en estas condiciones.
- Representétese con todo detalle las formas de onda de la tensión y la corriente en la carga ( $v, i$ ). Para ello, tómesese el ángulo de disparo ( $\alpha_0=2\pi/3$ ).
- Forma de onda justificada de la tensión ánodo cátodo del tiristor T1 ( $v_{AK1}$ ).



Tómese  $\alpha_0=2\pi/3$ .

**SOLUCIÓN**

a) La potencia entregada por la fuerza contraelectromotriz (E) es dato del problema:

$$P_E = E \cdot i_{med}$$

La ecuación que resuelve el circuito en la carga es:

$$V_{RS} = u_R + u_L - E = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} - E$$

y tomando valores medios, recordando que el valor medio de la tensión en la bobina debe ser nulo:

$$\overline{V_{RS}} = v_{med} = R \cdot i_{med} + 0 - E$$

y sustituyendo la expresión de la potencia resulta el valor medio de la tensión en bornes de la carga:

$$v_{med} = R \cdot \frac{P_E}{E} - E$$

Una vez calculada la tensión media necesaria, el ángulo de disparo que permitirá tener esa tensión se calcula mediante la integral:

$$\overline{V_{RS}} = v_{med} = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6+\alpha_o}^{\pi/6+\alpha_o} V_{RS} \cdot d\omega t = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6+\alpha_o}^{\pi/6+\alpha_o} V \cdot \cos(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{3}{\pi} \cdot V \cdot \cos \alpha_o$$

Despejando el ángulo de disparo, resultará:

$$\alpha_o = \arccos\left(\frac{\pi \cdot v_{med}}{3 \cdot V}\right)$$

b) Conociendo el ángulo de disparo, el problema se reduce a la resolución de la ecuación diferencial que define la carga, puesto que se está asegurando la conducción continua:

$$V_{RS} = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} - E; \text{ siendo } V_{RS} = V \cdot \text{sen}(\omega t)$$

ecuación válida para el intervalo  $\omega t \in \left[ \frac{\pi}{3} + \alpha_o, \frac{2\pi}{3} + \alpha_o \right]$  cuya solución será:

$$i(\omega t) = \frac{V}{|Z|} \cdot \text{sen}(\omega t - \varphi) + \frac{E}{R} + K \cdot e^{-\frac{\omega t}{\tau}} \quad \text{donde } |Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}; \varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}; \tau = \frac{L}{R}$$

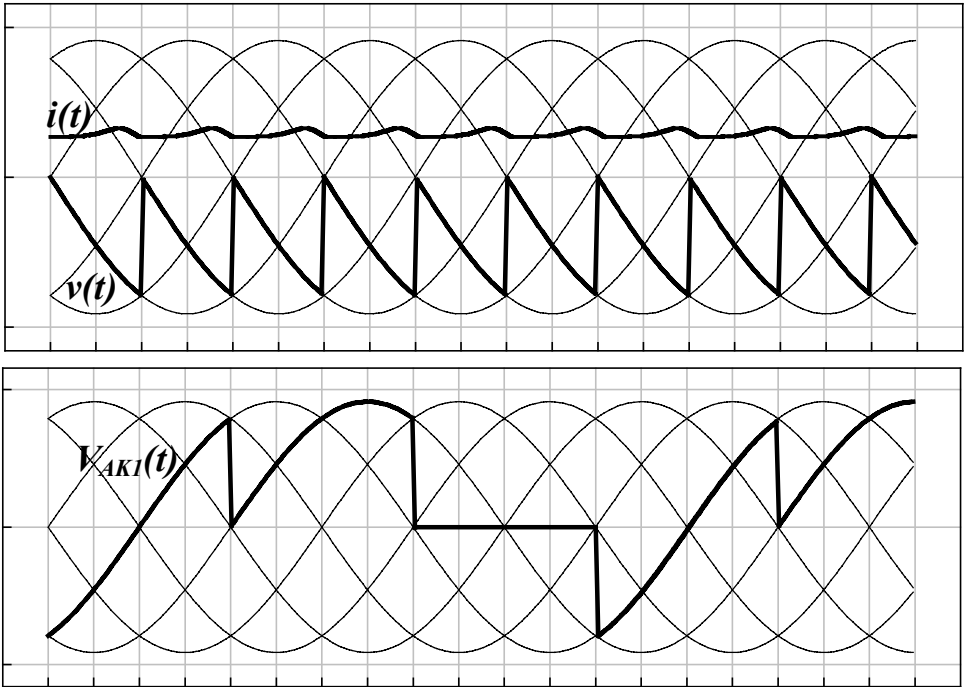
La única incógnita es la constante K, que se resuelve planteando las condiciones de contorno (régimen permanente implica que la corriente al inicio del periodo estudiado es la misma que al final):

$$\begin{aligned} i\left(\omega t = \frac{\pi}{3} + \alpha_o\right) &= i\left(\omega t = \frac{2\pi}{3} + \alpha_o\right) \\ \Rightarrow \frac{V}{|Z|} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha_o - \varphi\right) + \frac{E}{R} + K \cdot e^{-\frac{\frac{\pi}{3} + \alpha_o}{\tau}} &= \frac{V}{|Z|} \cdot \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha_o - \varphi\right) + \frac{E}{R} + K \cdot e^{-\frac{\frac{2\pi}{3} + \alpha_o}{\tau}} \end{aligned}$$

En esta expresión todos los datos son conocidos, por lo que despejando se obtendría la incógnita K:

$$K = \frac{\sqrt{3} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha_o - \varphi)}{|Z| \cdot \left( e^{-\frac{\frac{2\pi}{3} + \alpha_o}{\tau}} - e^{-\frac{\frac{\pi}{3} + \alpha_o}{\tau}} \right)}$$

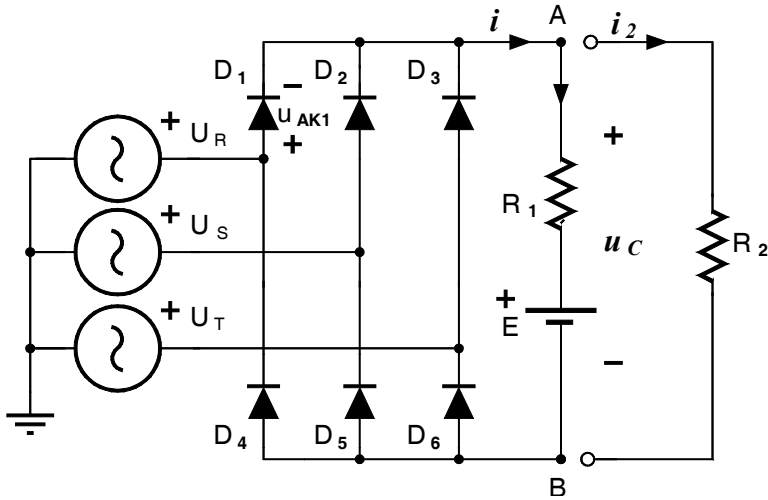
- c) Representétese con todo detalle las formas de onda de la tensión y la corriente en la carga ( $v$ ,  $i$ ). Para ello, tómesese el ángulo de disparo ( $\alpha_o = 2\pi/3$ ).
- d) Forma de onda justificada de la tensión ánodo cátodo del tiristor T1 ( $v_{AK1}$ ).





2001. ENERO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico que se emplea para cargar una batería ( de tensión  $E$  ) a través de la resistencia  $R_1$ . Se desea que el equipo opere en conducción continua, para lo cual se añade una carga  $R_2$  entre los puntos A y B.



**Datos:**

$$V = 220 \text{ V} \quad |U_{RN}| = |U_{SN}| = |U_{TN}| = V \quad E = 0.95 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \quad R_1 = 1 \Omega$$

$D_{1..6}$  ideales e idénticos

**Se pide:**

1. Calcular el valor máximo de  $R_2$  que asegura la conducción continua del rectificador
2. Representar la tensión inversa  $u_{AK1}$  del diodo  $D_1$  y la corriente que atraviesa la batería ( para las mismas condiciones del apartado 1).

**Desconectando la resistencia  $R_2$  de los terminales A y B:**

3. Calcular la potencia media entregada a la batería.

Para las condiciones del apartado 3, se observa que el circuito real presenta una corriente media inferior a la calculada en teoría. Se sospecha que alguno de los semiconductores puede haberse estropeado, quedando en abierto. Para confirmar

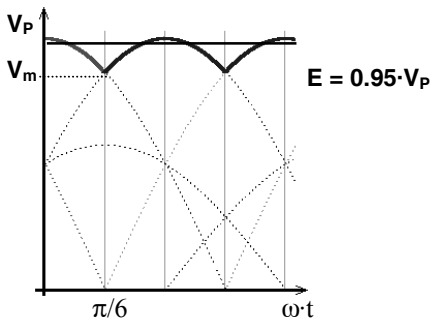


## SOLUCIÓN

1. La corriente a través del rectificador es:

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t) = \frac{u(t) - E}{R_1} + \frac{u(t)}{R_2} \geq 0 \quad [1]$$

El mínimo valor de  $u(t)$  para el rectificador, operando en conducción continua, es :



$$u(t)_{\min} = V_p \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad [2]$$

Por lo que, en el caso límite:

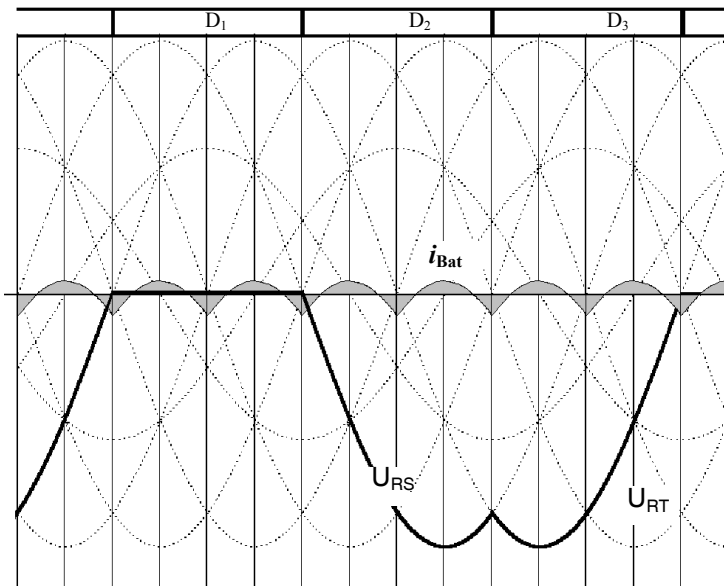
$$i(t) = 0 = \frac{V_m - E}{R_1} + \frac{V_m}{R_2} \quad [3]$$

De donde:

$$0 = V_m \cdot R_1 + R_2 \cdot (V_m - E) \quad [4]$$

$$\text{Operando: } R_2 = \frac{V_m}{E - V_m} \cdot R_1 = \frac{\cos(\pi/6)}{0.95 - \cos(\pi/6)} \cdot R_1 = 10.31 \Omega \quad \boxed{R_2 = 10.31 \Omega} \quad [5]$$

2. Al operar el rectificador en conducción continua la secuencia del polianodico sera D1-D2-D3 en los intervalos en que la fase R supere a S y T, idem con R e idem con T, respectivamente, tal y como se representa en la figura. La corriente de la batería será la expresión de  $i_1(t)$ , sin cortes de conducción.



Por lo tanto, para  $u_{AK1}$ :

Int 1. Conduce  $D_1$

$$u_{A1} = \text{fase R}$$

$$u_{K1} = \text{fase R}$$

$$u_{AK1} = u_{A1} - u_{K1} = 0$$

Int 2. Conduce  $D_2$

$$u_{A1} = \text{fase R}$$

$$u_{K1} = \text{fase S}$$

$$u_{AK1} = u_{A1} - u_{K1} = U_{RS}$$

Int 3. Conduce  $D_3$

$$u_{A1} = \text{fase R}$$

$$u_{K1} = \text{fase T}$$

$$u_{AK1} = u_{A1} - u_{K1} = U_{RT}$$

### 3. En conducción discontinua:

La corriente toma la expresión:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & v(t) < E \\ \frac{v(t) - E}{R} & v(t) > E \end{cases}$$

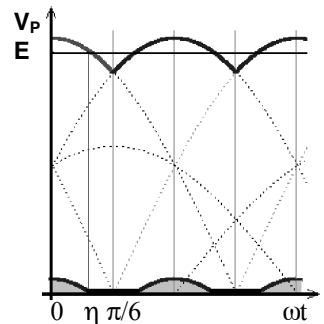
El momento en que  $v(t_0) = E \rightarrow t_0 = \eta/\omega$

$$\eta = \arccos \frac{E}{V_P} = \arccos(0.95) = 0.318 \text{ rad} \quad [6]$$

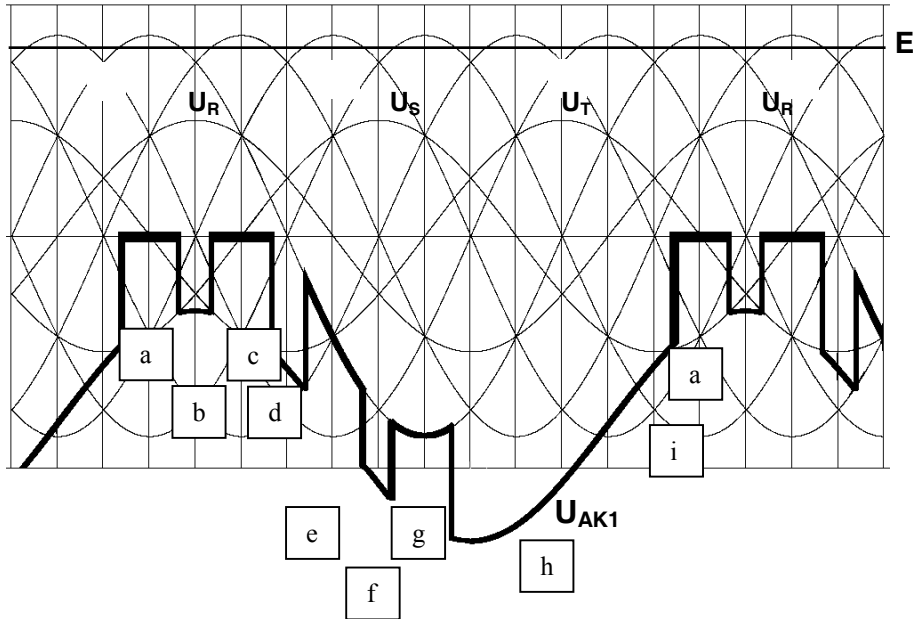
La potencia media entregada a la batería:  $\overline{P_B} = E \cdot \overline{I} \quad [7]$

$$\overline{I} = \frac{1}{(\pi/6) \cdot R} \cdot \int_0^\eta (V_P \cdot \cos(\omega \cdot t) - E) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{V_P}{(\pi/6) \cdot R} \cdot (\text{sen}(\eta) - 0.95 \cdot \eta) = 10.88 \text{ A} \quad [8]$$

$$\overline{P_B} = 5567 \text{ W} \quad [9]$$



4. Para deducir que semiconductor se ha destruido es necesario analizar intervalo a intervalo cual sería la secuencia correcta para la tensión inversa  $u_{AK1}$  y comparar con la gráfica dada para comprobar las diferencias existentes y justificarlas.



Intervalo a: Deben conducir  $D_1$ - $D_5$ , y lo hace  $\rightarrow$  luego  $D_1$  y  $D_5$  funcionan.

Intervalo b: No conduce ningún diodo, en el policatodico (por Millman)  $u_{PK} = 0$  y  $u_{AK1} = \text{fase R} - E$

Intervalo c: Deben conducir  $D_1$ - $D_6$ , y lo hace  $\rightarrow$  luego  $D_6$  funciona.

Intervalo d: Idem b.

Intervalo e: Debe conducir  $D_2$ , y lo hace  $\rightarrow$  luego  $D_2$  ON.  $u_{AK1} = u_{A1} - u_{K1} = U_{RS}$

Intervalo f: Idem b.

Intervalo g: Idem e.

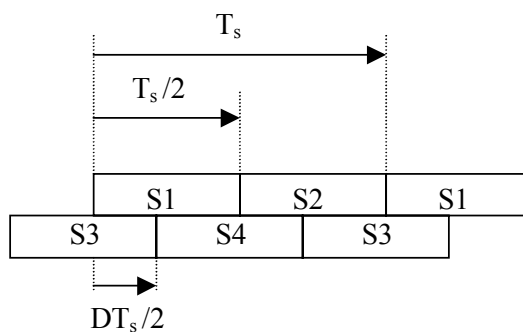
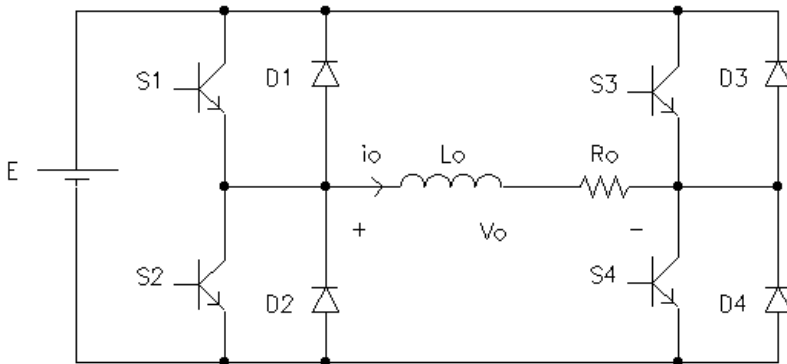
Intervalo h: Deben conducir  $D_3$ - $D_4$ , y no lo hacen  $\rightarrow$  luego  $D_3$  o  $D_4$  no funcionan.

Intervalo i: Deben conducir  $D_3$ - $D_5$ , y no lo hacen  $\rightarrow$   $D_5$  funciona por a) luego  **$D_3$  no funciona.**

2001. JUNIO. P1 - I.I.

En el inversor monofásico de la figura, el control de los transistores se efectúa según la secuencia indicada, siendo  $T_s$  el periodo de las señales de control y  $D$  un parámetro que permite modificar el valor eficaz de la tensión de salida ( $0 < D < 1$ ). Se pide:

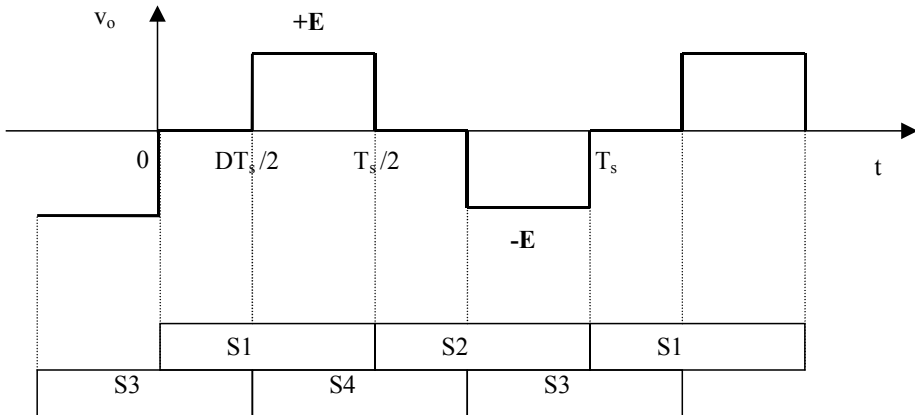
- Forma de onda de la tensión de salida  $v_o(t)$  a lo largo de un periodo  $T_s$ . Cálculo del valor eficaz en función de  $D$ .
- Con  $D=0,2$ , expresión temporal de la corriente en la carga  $i_o(t)$  a lo largo de un periodo  $T_s$ . Dibujar la forma de onda, indicando los dispositivos que conducen en cada instante.



**Datos:**  $f_s = \frac{1}{T_s} = 50\text{Hz}$   $E=200\text{V}$   $L_0=30\text{mH}$   $R_0=10\Omega$  Semiconductores ideales

**SOLUCIÓN**

- a) La tensión de salida será  $E$  o  $-E$  cuando los dos transistores de una diagonal estén en conducción y cero en caso contrario. En consecuencia, la forma de onda  $v_o(t)$  que corresponde a la secuencia de disparo dada es:



El valor eficaz se obtiene a partir de la definición:

$$V_{oRMS} = \sqrt{\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} v_o^2(t) dt} = \sqrt{\frac{2}{T_s} \int_{D \frac{T_s}{2}}^{\frac{T_s}{2}} E^2 dt} = E\sqrt{1-D}$$

- b) La ecuación diferencial que define la evolución de la corriente en la carga es:

$$v_o(t) = L_o \frac{di_o(t)}{dt} + R_o i_o(t)$$

$$\frac{v_o(t)}{L_o} = \frac{di_o(t)}{dt} + \frac{R_o}{L_o} i_o(t)$$

La excitación  $v_o(t)$  es una función definida por intervalos, por lo que la expresión de la corriente será distinta en cada uno de ellos. Sin embargo, dada la simetría de media onda que presenta la tensión, sólo es necesario determinar las expresiones de  $i_o(t)$  en un semiperiodo (en el otro semiperiodo la forma de onda será análoga pero invertida).

**$0 < t < DT_s / 2$** 

En este tramo la ecuación diferencial queda:

$$0 = \frac{di_o(t)}{dt} + \frac{R_o}{L_o} i_o(t)$$

ecuación lineal **homogénea** de coeficientes constantes cuya solución es:

$$i_{o1}(t) = A_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{con } \tau = \frac{L_o}{R_o}$$

Considerando que, de forma general, la corriente adopta un valor  $I_o$  al inicio de la secuencia y su valor al finalizar es  $I_1$ , se obtiene:

$$\text{INICIO: } i_{o1}(t = 0) = I_o = A_1 \quad (1)$$

$$\text{FINAL: } i_{o1}(t = D \frac{T_s}{2}) = I_1 = A_1 e^{-\frac{D T_s}{2 \tau}} \quad (2)$$

 **$DT_s/2 < t < T_s / 2$** 

En este tramo la ecuación diferencial es:

$$\frac{E}{L_o} = \frac{di_o(t)}{dt} + \frac{R_o}{L_o} i_o(t)$$

cuya solución se expresa:

$$i_{o2}(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

$i_h(t)$  es la solución de la ecuación homogénea e  $i_p(t)$  la solución particular, que se obtiene analizando el circuito en régimen permanente. Dado que la excitación es +E durante este tramo, se tiene:



$$i_{o2}(t) = A_2 e^{-\frac{(t-D\frac{T_s}{2})}{\tau}} + \frac{E}{R_o}$$

Considerando que se debe mantener la continuidad de la corriente en  $L_o$  y que existe simetría de media onda, las condiciones de contorno son las siguientes:

$$\text{INICIO: } i_{o2}(t = D\frac{T_s}{2}) = I_1 = A_2 + \frac{E}{R_o} \quad (3)$$

$$\text{FINAL: } i_{o2}(t = \frac{T_s}{2}) = -I_o = A_2 e^{-\frac{(T_s-DT_s)}{2\tau}} + \frac{E}{R_o} \quad (4)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones formado por (1), (2), (3) y (4) con los valores dados de  $R_o$ ,  $L_o$ , etc. se obtiene:

$$I_o = -17,97A$$

$$I_1 = -9,23A$$

$$A_1 = -17,97$$

$$A_2 = -29,23$$

En definitiva:

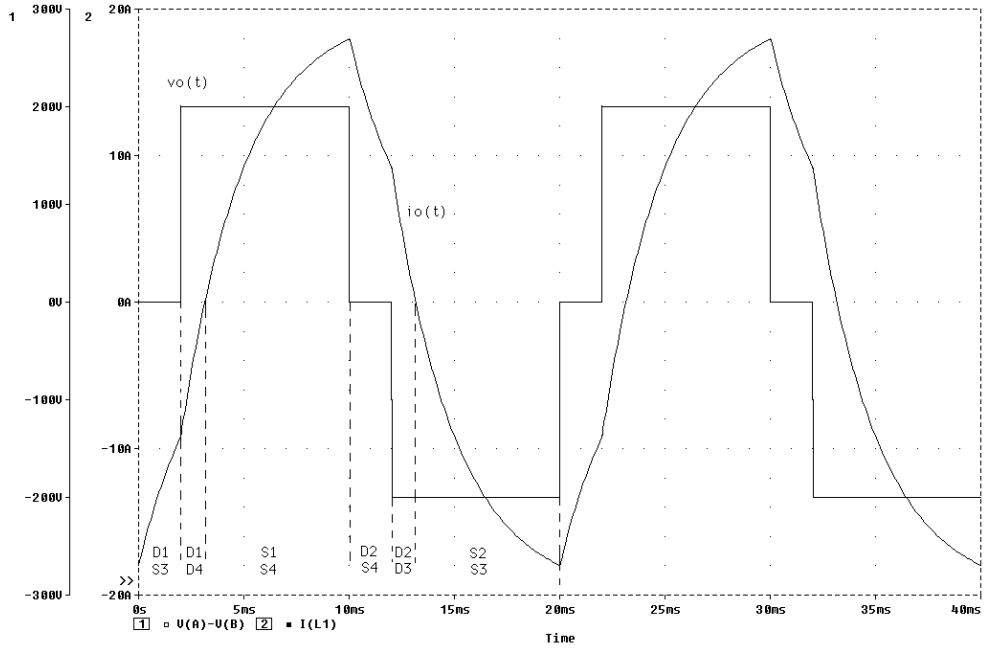
$$i_o(t) = A_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad 0 \leq t \leq D\frac{T_s}{2}$$

$$i_o(t) = A_2 e^{-\frac{(t-D\frac{T_s}{2})}{\tau}} + \frac{E}{R_o} \quad D\frac{T_s}{2} \leq t \leq \frac{T_s}{2}$$

$$i_o(t) = -A_1 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \frac{T_s}{2} \leq t \leq (D+1)\frac{T_s}{2}$$

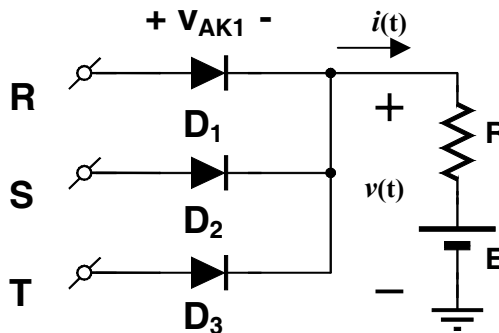
$$i_o(t) = -A_2 e^{-\frac{(t-D\frac{T_s}{2})}{\tau}} - \frac{E}{R_o} \quad (D+1)\frac{T_s}{2} \leq t \leq T_s$$

La figura siguiente muestra las formas de onda de la tensión y de la corriente en la carga para  $D=0,2$ , indicando los dispositivos que conducen en cada instante.



2001. SEPTIEMBRE. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador de media onda que se emplea como cargador de un grupo de baterías ( $E$ ), cuya tensión vale  $E_{\min}=0'25 \cdot V_{\max}$ , cuando las baterías están descargadas, y alcanza  $E_{\max}=0'7 \cdot V_{\max}$ , cuando están cargadas completamente.  $V_{\max}$  Es el valor de pico de la tensión simple de red.



Se pide:

- Representar razonadamente la tensión en bornes de la carga y la forma de onda de la corriente que la atraviesa, cuando  $E=E_{\min}$ . Repetir para el caso de  $E=E_{\max}$ .
- Calcular cuál es la expresión del valor de  $R$  que permite limitar la máxima potencia entregada por el rectificador a la carga a un valor  $P_{\max}$

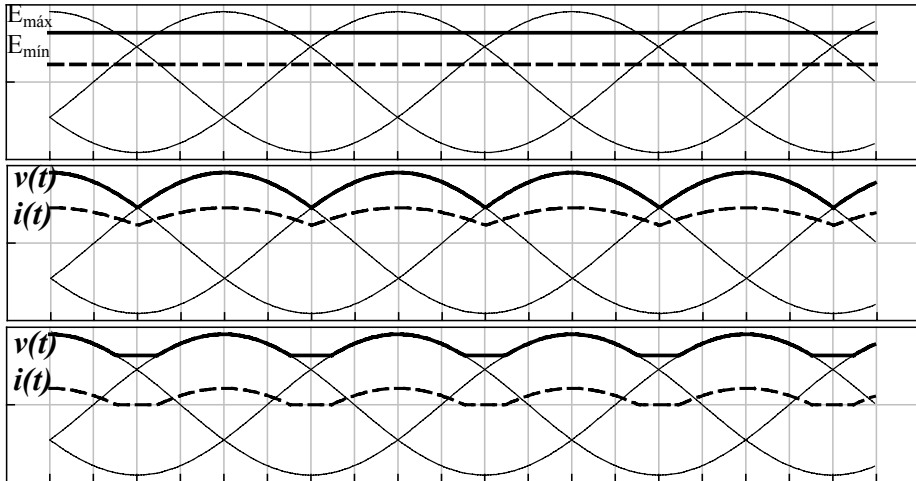
Si  $D_2$  resulta dañado y queda en circuito abierto, se pide (para  $E=E_{\min}$ ):

- Deducir y representar la forma de onda de la tensión en bornes de la carga, así como la corriente que la atraviesa y la tensión  $V_{AK1}$ .
- En estas condiciones, deducir la expresión de la potencia que se entrega a la carga.

Datos:  $V_{\max} = 311 \text{ V}$

## SOLUCIÓN

- a) Representar razonadamente la tensión en bornes de la carga y la forma de onda de la corriente que la atraviesa, cuando  $E=E_{\min}$ . Repetir para el caso de  $E=E_{\max}$ .



- b) Calcular cuál es la expresión del valor de R que permite limitar la máxima potencia entregada por el rectificador a la carga a un valor  $P_{\max}$

$$P = \frac{1}{2\pi/3} \cdot \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \left[ \frac{V \cdot \cos(\omega t) - E}{R} \right] [V \cdot \cos(\omega t)] d\omega t$$

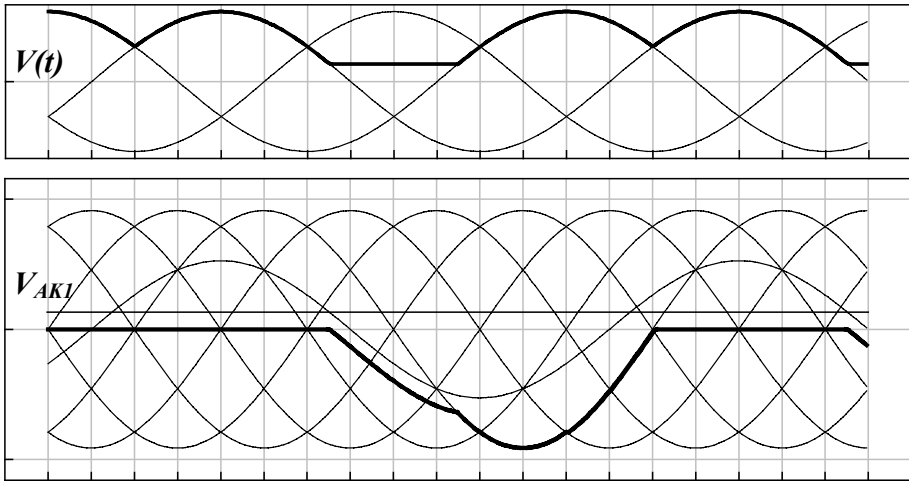
Como

$$\int (V \cdot \cos(\omega t) - E) \cdot [V \cdot \cos(\omega t)] d\omega t = V \left[ V \left( \frac{1}{2} \cos(\omega t) \sin(\omega t) + \frac{1}{2} \omega t \right) - E \sin(\omega t) \right]$$

Para  $E=E_{\min}=V/4$  y aplicando los límites a la integral:

$$P = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{1}{2} \cdot \frac{V^2}{P}$$

- c) Deducir y representar la forma de onda de la tensión en bornes de la carga, así como la corriente que la atraviesa y la tensión  $V_{AK1}$ .



- d) En estas condiciones, deducir la expresión de la potencia que se entrega a la carga.

Tomando como origen el de cosenos:  $\eta = -\arccos(E/V)$   $\eta = -1.318$

$$P = \frac{1}{2\pi} \cdot 2 \int_{\eta}^{\pi/3} \left[ \frac{V \cdot \cos(\omega t) - E}{R} \right] [V \cdot \cos(\omega t)] d\omega t$$

Para  $E = E_{\min} = V/4$  y aplicando los límites a la integral:

$$P = \frac{0.676}{2} \cdot \frac{V^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{0.676}{2} \cdot \frac{V^2}{P}$$

2001. SEPTIEMBRE. P2 - I.I.

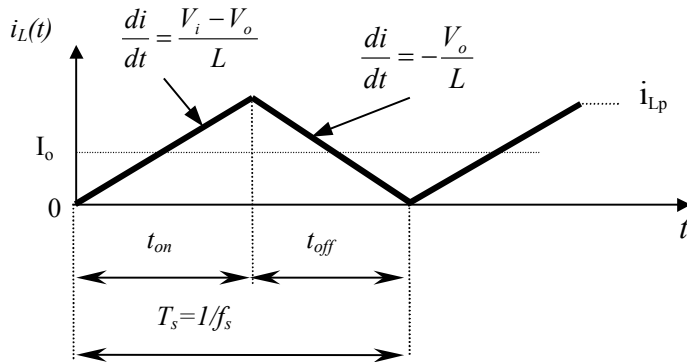
---

Un convertidor Buck suministra una tensión constante  $V_o=12V$  a una carga resistiva a partir de una tensión de entrada que varía entre **18V y 26V**. La carga absorbe una potencia mínima  $P_{o\min}=10W$  y la frecuencia de conmutación es  $f_s=50kHz$ . Se pide determinar:

- a) Valor mínimo de L para que el convertidor funcione siempre en conducción continua.
  - b) Con  $L=100\mu H$ , corriente media máxima que puede entregar el convertidor a la carga si la corriente de pico que se acepta en el transistor es  $i_{T\max}=5A$ .
-

**SOLUCIÓN**

- a) En el límite entre la conducción continua y discontinua, la corriente en el inductor presenta la siguiente forma de onda en régimen permanente:



**Fig.1**

Teniendo en cuenta que, en régimen permanente, el valor medio de la corriente en el condensador de salida del Buck es nulo, la corriente de carga  $I_o$  coincide con la corriente media en el inductor:

$$I_o = \langle i_L \rangle - \langle i_C \rangle = \langle i_L \rangle$$

Por otra parte, de la Figura 1 se deduce que el convertidor tiende hacia la conducción discontinua a medida que la corriente de carga disminuye, por lo que la condición más restrictiva para el cálculo de  $L$  se produce cuando la potencia suministrada es mínima:

$$I_{omin} = \frac{P_{omin}}{V_o} = \frac{10}{12} = 0,83 A$$

La expresión de la corriente media en  $L$  se calcula a partir de la definición:

$$\langle i_L \rangle = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} i_L(t) dt = \frac{1}{2} i_{Lp} = \frac{1}{2} \frac{V_i - V_o}{L} DT_s = I_o$$

Despejando el valor de  $L$  se obtiene:

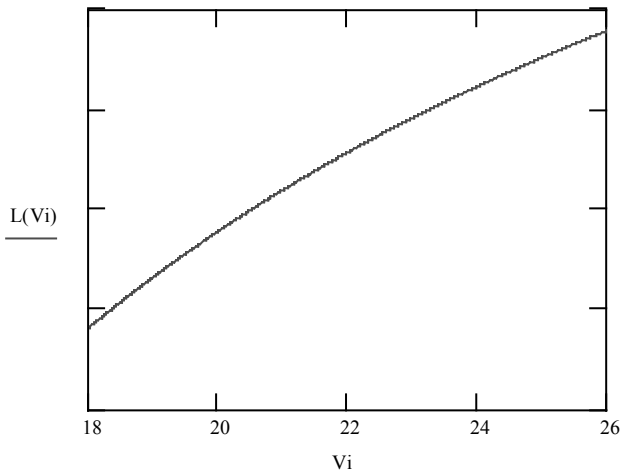
$$L(I_o, V_i) = \frac{DT_s(V_i - V_o)}{2I_o}$$

Dado que el ciclo de trabajo  $D$  varía para mantener la tensión de salida constante a 12V ante las variaciones de la tensión de entrada  $V_i$ , vamos a expresar  $D$  en función de  $V_i$ . En el límite entre la conducción continua y discontinua se sigue cumpliendo:

$$D = \frac{V_o}{V_i}$$

de manera que:

$$L(I_o, V_i) = \frac{\frac{V_o}{V_i} T_s (V_i - V_o)}{2I_o} = \frac{T_s}{2I_o} \left( V_o - \frac{V_o^2}{V_i} \right)$$



*Evolución de  $L(V_i)$  con  $I_o$ = constante.*

Como la función  $L(V_i)$  con  $I_o$ =constante es monótona creciente, el valor mínimo de  $L$  que asegura la conducción continua en todos los casos corresponde a la máxima tensión de entrada. Por lo tanto, sustituyendo en la expresión anterior:

$$L_{\min-\max} = \frac{T_s}{2I_{o\min}} \left( V_o - \frac{V_o^2}{V_{i\max}} \right) = \frac{1}{2I_{o\min} f_s} \left( V_o - \frac{V_o^2}{V_{i\max}} \right)$$

$$L_{\min-\max} = \frac{1}{2 \cdot 0,83 \cdot 50000} \left( 12 - \frac{12^2}{26} \right) = 77,8 \mu H$$



- b) Como el valor de  $L$  mayor que  $L_{\min-\max}$  calculado, el convertidor funcionará siempre en conducción continua, con un rizado de corriente  $\Delta i_L$  que se calcula:

$$\Delta i_L = \frac{V_i - V_o}{L} DT_s$$

La figura 2 muestra las formas de onda de la corriente en el inductor de salida y el transistor en conducción continua y régimen permanente.

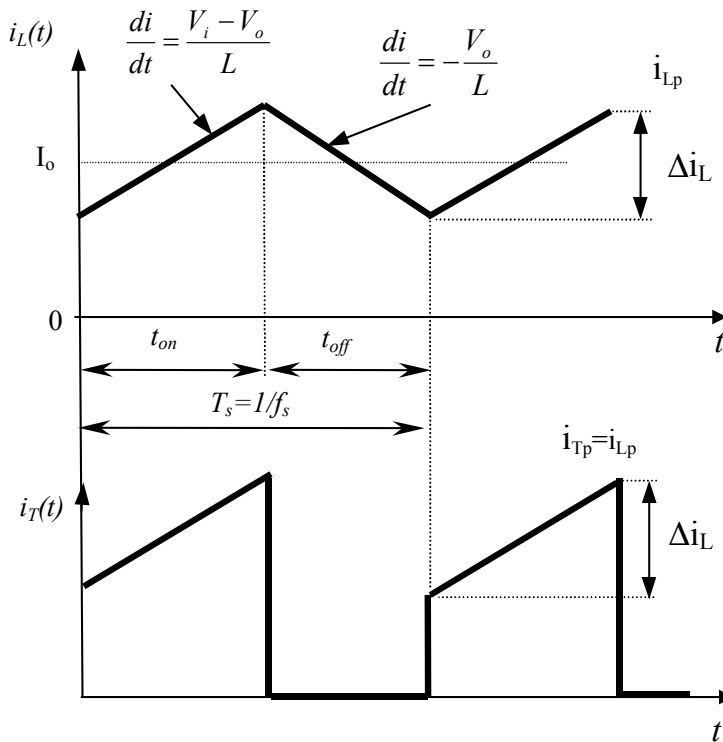


Fig.2

Se observa que el pico de corriente en el transistor es el mismo que en el inductor, por lo que se puede calcular:

$$i_{Tp} = i_{Lp} = I_o + \frac{1}{2} \Delta i_L = I_o + \frac{1}{2} \frac{V_i - V_o}{L} DT_s$$

Despejando  $I_o$  y considerando que  $i_{Tp}$  es constante, de valor el máximo tolerado, se tiene:

$$I_o(V_i, D) = i_{Tp} - \frac{1}{2} \Delta i_L = i_{Tp} - \frac{1}{2} \frac{V_i - V_o}{L} D T_s$$

Expresando de nuevo el ciclo de trabajo en función de la tensión de entrada (en conducción continua) se tiene:

$$I_o(V_i) = i_{Tp} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \frac{V_o}{V_i}}{\frac{V_i}{L}} \right) V_o T_s$$

La función  $I_o(V_i)$  es monótona decreciente, por lo que la máxima corriente de carga sin que se supere la corriente de pico impuesta al transistor se obtiene para la mínima tensión de entrada:

$$I_{o\max} = i_{Tp} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \frac{V_o}{V_{imin}}}{\frac{V_{imin}}{L}} \right) V_o T_s = i_{Tp} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \frac{V_o}{V_{imin}}}{L f_s} \right) V_o$$

$$I_{o\max} = 5 - \frac{1}{2} \frac{\left( 1 - \frac{12}{18} \right)}{100e - 6 \cdot 50e + 3} 12 = 4,6A$$

---

2002. ENERO. P1 - I.I.

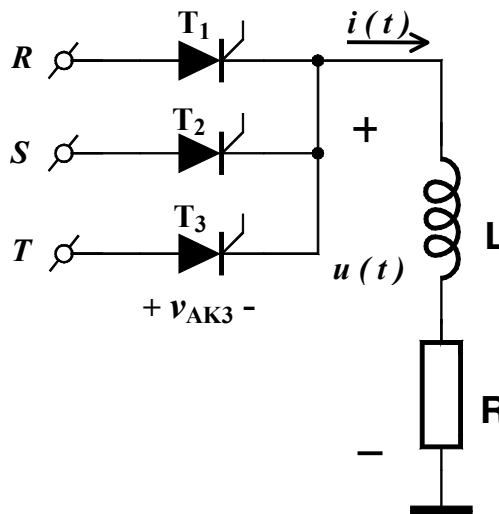
El circuito de la figura es un rectificador trifásico que alimenta a la carga R-L. Para el ángulo de disparo de  $\alpha=\pi/3$  el rectificador esta en conducción continua.

Se pide:

- Representar la tensión  $u(t)$  en la carga y la tensión ánodo-cátodo  $v_{AK3}$  del tiristor T3.
- Plantear la ecuación que permite obtener  $\alpha_{\text{critico}}$ .
- Deducir la expresión de la tensión media en bornes de la carga, para  $\alpha < \alpha_{\text{critico}}$ .

En un instante dado, los tiristores T<sub>1</sub> y T<sub>2</sub> se destruyen, quedando abiertos, se pide:

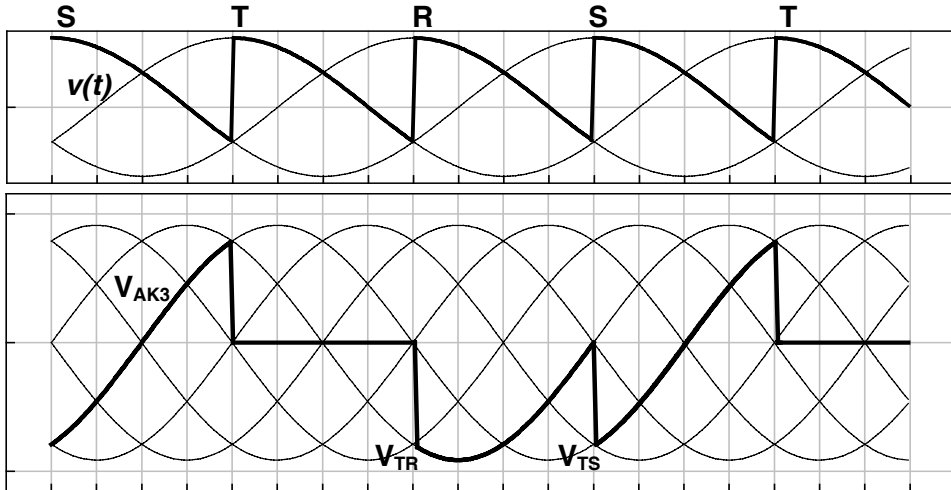
- Obtener la expresión analítica de  $i(t)$  que define la variación temporal de la corriente.
- Representar gráficamente, la tensión  $u(t)$  en bornes de la carga, la corriente que la atraviesa  $i(t)$  y la tensión  $v_{AK3}$  del tiristor T3



Datos:

Tiristores ideales. Reg. Estacionario.  $u_{RN} = u_{SN} = u_{TN} = 220V_{RMS} @ 50Hz$

## SOLUCIÓN

a) Representación de  $u(t)$  y de  $v_{AK3}(t)$ b) Plantear la ecuación que permite obtener  $\alpha_{\text{critico}}$ .

$$[1] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = i_1(t) \cdot R + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

$$[2] \quad i_p(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{Sol. Part.}$$

$$\text{donde } I = \frac{\sqrt{2}V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \cdot L^2}} \approx 22A \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\omega \cdot L}{R} \approx \text{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$[3] \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{Sol. Homog.} \quad \text{donde } \tau = \frac{L}{R} = 0.0032$$

$$[4] \quad i_1(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Condiciones de contorno [5] y [6]:

$$i_1\left(\frac{\alpha_c + \pi/6}{\omega}\right) = 0 = I \cdot \text{sen}\left(\alpha_c + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\left(\frac{\alpha_c + \pi/6}{\omega\tau}\right)}$$

$$i_1\left(\frac{\alpha_c + 5\pi/6}{\omega}\right) = 0 = I \cdot \text{sen}\left(\alpha_c + \frac{5\pi}{6} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\left(\frac{\alpha_c + 5\pi/6}{\omega\tau}\right)}$$

$$\text{De [5]} \Rightarrow A = -I \cdot \sin\left(\alpha_c + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{\left(\frac{\alpha_c + \pi/6}{\omega\tau}\right)}$$

$$\text{De [6]} \Rightarrow A = -I \cdot \sin\left(\alpha_c + \frac{5\pi}{6} - \varphi\right) e^{\left(\frac{\alpha_c + 5\pi/6}{\omega\tau}\right)}$$

Igualando ambas expresiones y simplificando:

$$\sin\left(\alpha_c + \frac{5\pi}{6} - \varphi\right) - \sin\left(\alpha_c + \frac{\pi}{6} - \varphi\right) e^{-\left(\frac{2\pi}{3+4g\varphi}\right)} = 0$$

c) Deducir la expresión de la tensión media en bornes de la carga, para  $\alpha < \alpha_{\text{critico}}$ .

$$\bar{u} = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2\pi/3} \int_{\alpha-\pi/3}^{\alpha+\pi/3} \cos(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2} \cdot V}{\pi/3} \cos \alpha = U_{CC0} \cdot \cos(\alpha)$$

d) Obtener la expresión analítica de  $i(t)$  que define la variación temporal de la corriente.

Repetiendo el procedimiento del apartado b).

$$i_1(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Condiciones de contorno:

$$i_1\left(\frac{\pi}{2 \cdot \omega}\right) = 0 = I \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + A \cdot e^{-\left(\frac{5}{3.2}\right)} \Rightarrow A = -22 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{\left(\frac{5}{3.2}\right)} = -52.5\sqrt{2}$$

Por lo que:

$$i(t) = 22 \cdot \sin(314.16 \cdot t - 0.785) - 52.5\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{t}{0.0032}}$$

f) Representar gráficamente, la tensión  $u(t)$  en bornes de la carga, la corriente que la atraviesa  $i(t)$  y la tensión  $v_{AK3}$  del tiristor T3

Obtengamos el ángulo de extinción. Al final del pulso de disparo mantenido tenemos:

$$I_1 = i\left(\frac{7\pi}{6\omega}\right) = 22 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) - 52.5\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{11.666}{3.2}} = 4.2$$

En ese instante:

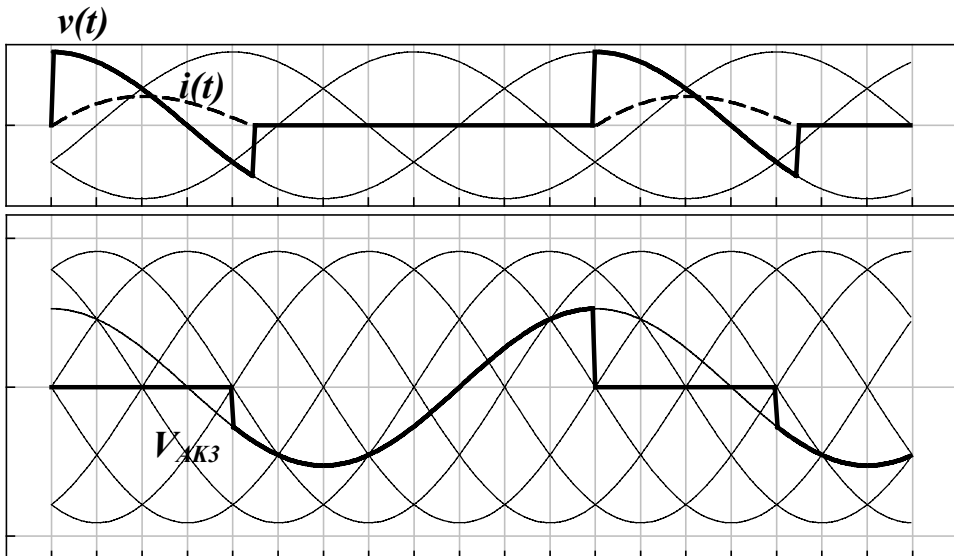
$$\frac{di}{dt} = \frac{v_L}{L} = \frac{\sqrt{2} \cdot V \cdot \sin(7\pi/6) - I_1 \cdot R}{L} = -6179$$

Si la función fuese lineal se anularía en  $\Delta t = 4.2/6179 = 0.68\text{ms}$

$$\Rightarrow \beta = 7\pi/6 + 0.068\pi = 222.3^\circ$$

$$i(0.01235) = 22 \cdot \sin\left(\frac{7\pi}{6} + 0.068 - \frac{\pi}{4}\right) - 52.5\sqrt{2} \cdot e^{-\frac{12.345}{3.2}} \approx 0$$

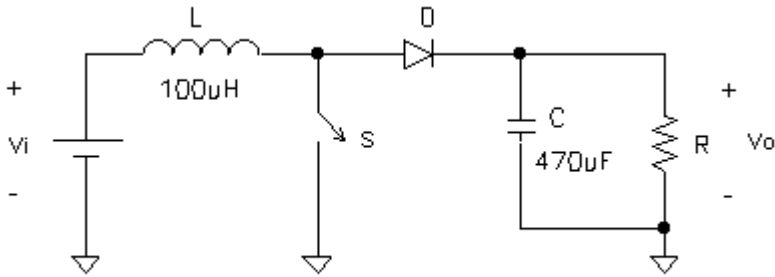
damos este resultado por bueno. Así pues, podemos representar  $i(t)$ ,  $u(t)$  y  $V_{AK3}(t)$ .



2002. ENERO. P2 - I.I.

El convertidor BOOST de la figura suministra una tensión  $V_o=24V$  a la carga  $R$  a partir de una tensión de entrada  $V_i=12V$ . La frecuencia de conmutación es  $f_s=100kHz$  y la potencia máxima de salida es  $P_o=200W$ . Se pide determinar:

- Rango de valores de  $R$  para permanecer en conducción continua en  $L$  (50%).
- Con  $R=10\Omega$ , formas de onda de la tensión y de la corriente en  $L$ , en  $S$  y en  $D$ , indicando valores significativos (50%).



**SOLUCIÓN**

a) La resistencia de carga mínima viene dada por la potencia máxima del convertidor:

$$R_{min} = \frac{V_o^2}{P_{omax}} = \frac{24^2}{200} = 2,88\Omega$$

y la resistencia de carga máxima se calcula en el límite de la conducción continua, punto en el que la corriente media en L tiene la expresión:

$$\langle I_L \rangle_{min} = \frac{V_i \cdot D}{2 \cdot L \cdot f_s} = \frac{12 \cdot 0,5}{2 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^3} = 0,3A$$

con  $D=1-12/24=0,5$ .

Dado que la relación entre la corriente media en L y la corriente de carga es:

$$I_o = \langle I_L \rangle \cdot (1-D)$$

se tiene:

$$I_{omin} = 0,3 \cdot (1-0,5) = 0,15A$$

y la resistencia de carga máxima para permanecer en conducción continua es:

$$R_{max} = \frac{V_o}{I_{omin}} = \frac{24}{0,15} = 160\Omega$$

En definitiva: **2,88Ω < R < 160Ω**

b) Con  $R=10\Omega$ , el convertidor está en conducción continua. El pico de corriente en L se calcula:

$$I_{L,pico} = \frac{I_o}{(1-D)} + \frac{V_i \cdot D}{2 \cdot L \cdot f_s} = \frac{24/10}{1-0,5} + \frac{12 \cdot 0,5}{2 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^3} = 5,1A$$

S y D soportan  $V_o$  cuando están bloqueados y conducen  $I_L$  en sus respectivas secuencias.

---

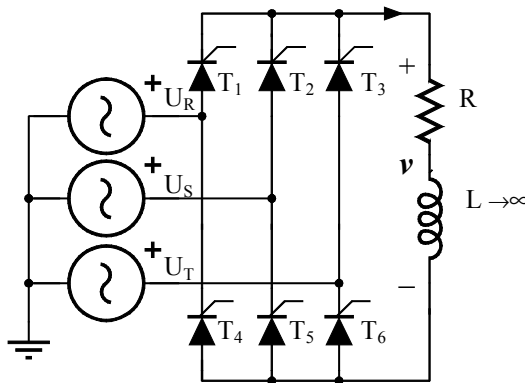


2002. JUNIO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado. Como se comentó en la práctica 3 de la asignatura, en un instante dado se destruye el tiristor  $T_4$  por lo que dicha rama queda abierta.

En estas condiciones y para un ángulo de disparo de  $\alpha = 0$ , se pide:

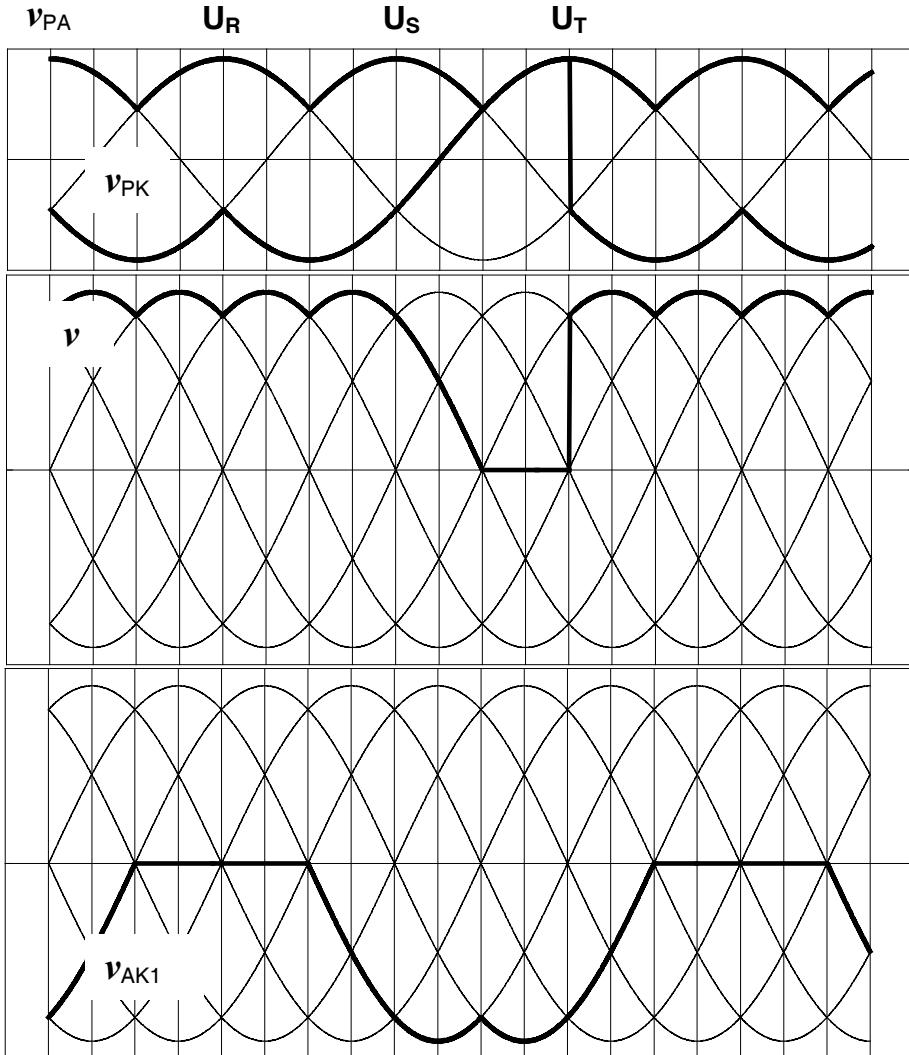
- Obtener, razonadamente, la forma de onda, así como el valor medio  $U_{CC}$ , de la tensión  $v$  que aparece en bornes de la carga (70%)
- Obtener, razonadamente, la forma de onda de la tensión ánodo - cátodo  $v_{AK1}$  del tiristor  $T_1$ . (30%)



**Datos:**  $U_{RN,ef} = U_{SN,ef} = U_{TN,ef} = 220V$   $f = 50Hz$

**SOLUCIÓN:**

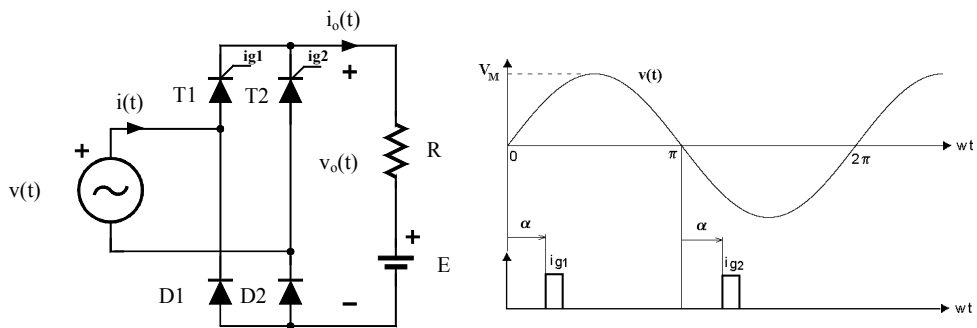
$$U_{CC} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot V}{2\pi} \cdot \left\{ 3 \cdot \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) \right\} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot V}{4\pi/9}$$



2002. JUNIO. P2 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador monofásico semicontrolado que alimenta una carga RE.

- Considerando un ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha = \pi/2$ , dibuje las formas de onda  $i_o(t)$  y  $v_o(t)$  en un periodo de la tensión de entrada  $v(t)$ . Para el mismo ángulo de disparo, calcule el valor medio de la tensión de salida,  $V_o$ , y de la corriente en la carga,  $I_o$ .
- Justifique el rango de valores de  $\alpha$  que permite controlar la potencia entregada a la batería E.
- Considerando  $\alpha = 0$  y disparo mantenido, calcule el valor eficaz de la corriente de entrada  $i(t)$ , la potencia entregada a la carga y el factor de potencia.
- Con  $\alpha = 0$  y disparo mantenido, partiendo del factor de potencia calculado en el apartado anterior, calcule el armónico fundamental de la corriente de entrada  $i(t)$  y la distorsión armónica total (DAT) de esta corriente.



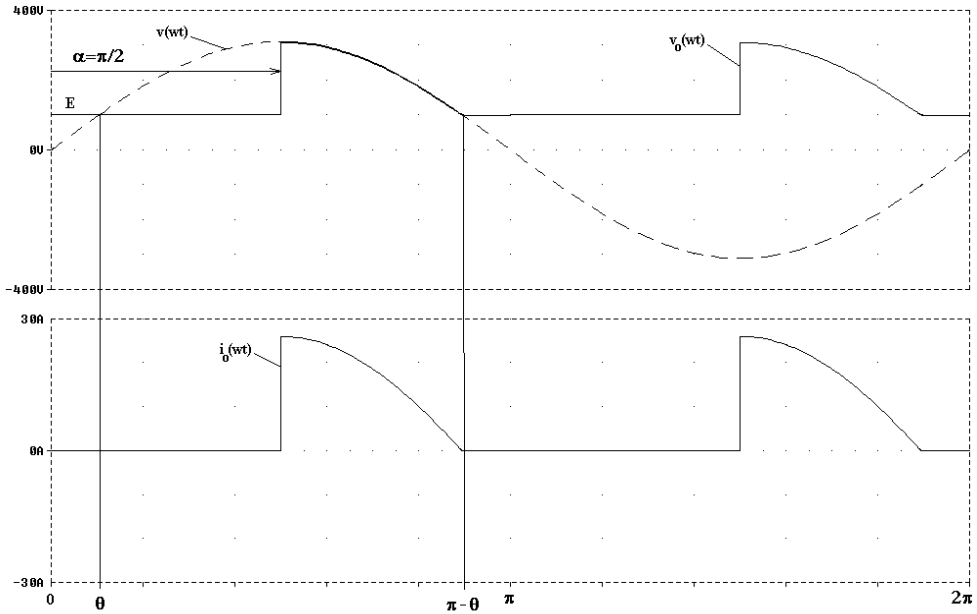
**Datos:**

$R=8\Omega$     $E=100V$     $v(t)=V_M \text{sen}(\omega t) = \sqrt{2} \cdot 220 \text{sen}(2\pi 50t)$

Tiristores y diodos ideales

## SOLUCIÓN

- a) Con un ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha = \pi/2$ , la tensión y la corriente de salida presentan el siguiente aspecto:



$$\left. \begin{array}{l} v_o(\omega t) = E \quad \alpha < \omega t < \pi - \theta \\ v_o(\omega t) = v(\omega t) \quad \alpha > \omega t > \pi - \theta \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} i_o(\omega t) = 0 \quad \alpha < \omega t < \pi - \theta \\ i_o(\omega t) = \frac{v(\omega t) - E}{R} \quad \alpha > \omega t > \pi - \theta \end{array} \right\}$$

El valor medio de la tensión de salida se calcula:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\alpha} E d\omega t + \int_{\alpha}^{\pi - \theta} V_M \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\pi - \theta}^{\pi} E d\omega t \right] = 154,2V$$

siendo  $\theta = \arcsen \frac{E}{V_M} = 0,327 \text{ rad}$

El valor medio de la corriente de salida se puede calcular:

$$I_o = \frac{V_o - E}{R} = 6,8A$$

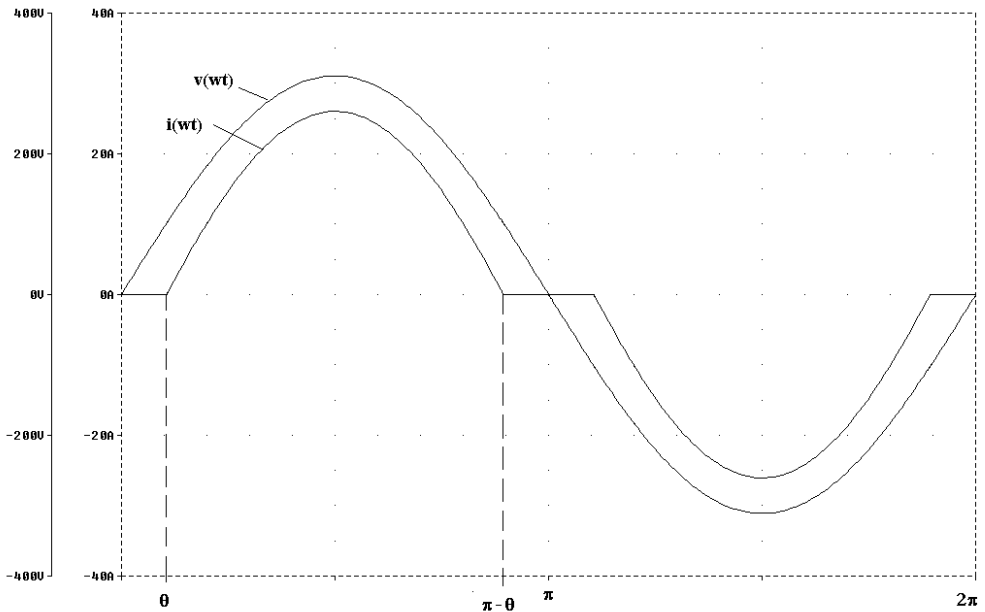
- b) Suponiendo disparo mantenido, el rango de valores que permite controlar la potencia entregada a E es:

$$0 < \alpha < \pi - \theta$$

Y si se supone disparo corto (de anchura despreciable):

$$\theta < \alpha < \pi - \theta$$

- c) Con  $\alpha=0$  y suponiendo disparo mantenido, la corriente de entrada tiene la siguiente forma:



$$\left. \begin{aligned} i(\omega t) &= \frac{v(\omega t) - E}{R} & \theta < \omega t < \pi - \theta \\ i(\omega t) &= -\frac{v(\omega t) - E}{R} & \pi + \theta > \omega t > 2\pi - \theta \\ i(\omega t) &= 0 & \text{en otro caso} \end{aligned} \right\}$$

Teniendo en cuenta la simetría en la forma de onda, el valor eficaz de la corriente de entrada (que coincide con el de la corriente de salida) puede calcularse:

$$I_{RMS}^2 = \frac{2}{\pi} \int_{\theta}^{\pi/2} i^2(\omega t) d\omega t = \frac{2}{\pi} \int_{\theta}^{\pi/2} \left( \frac{V_M \operatorname{sen}(\omega t) - E}{R} \right)^2 d\omega t = 282,2 A^2$$

$$I_{RMS} = I_{oRMS} = 16,8 A$$

La potencia entregada a la carga se calcula:

$$P_o = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} v_o(\omega t) \cdot i_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi-\theta} (Ri_o(\omega t) + E) \cdot i_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi-\theta} (Ri_o(\omega t) + E) \cdot i_o(\omega t) d\omega t$$

$$P_o = \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi-\theta} R \cdot i_o^2(\omega t) d\omega t + \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi-\theta} E \cdot i_o(\omega t) d\omega t = RI_{oRMS}^2 + EI_{oAV}$$

Considerando la simetría en la forma de onda:

$$I_{oAV} = \frac{2}{\pi} \int_{\theta}^{\pi/2} i_o(\omega t) d\omega t = \frac{1}{\pi} \int_{\theta}^{\pi/2} \frac{V_M \operatorname{sen} \omega t - E}{R} d\omega t = \frac{2}{\pi R} \left[ V_M \cos \theta - E \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] = 13,5 A$$

Se tiene entonces:  $P_o = 3,6 kW$

Puesto que diodos y tiristores son considerados ideales, la potencia en la entrada y la salida del rectificador coinciden. A partir de la definición de factor de potencia se puede calcular:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{P_o}{V_{RMS} I_{RMS}} = \frac{3,6 \cdot 10^3}{220 \cdot 16,8} = 0,97$$

- d)** Sólo el primer armónico de la corriente de entrada produce potencia activa, por lo que a partir del factor de potencia se deduce:

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{V_{RMS} I_{1RMS} \cos \phi_1}{V_{RMS} I_{RMS}} = \frac{I_{1RMS}}{I_{RMS}} \cos \phi_1$$

La corriente de entrada está en fase con la tensión, por lo que  $\cos \phi_1 = 1$ . Entonces:

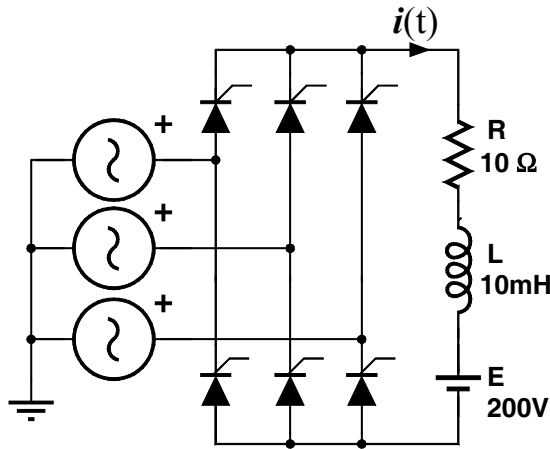
$$I_{1RMS} = FP \cdot I_{RMS} = 0,97 \cdot 16,8 = 16,3 A$$

Por último, la distorsión armónica total se calcula:

$$DAT(\%) = \frac{\sqrt{I_{RMS}^2 - I_{1RMS}^2}}{I_{1RMS}} 100 = 25\%$$

2002. SEPTIEMBRE. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado. Se pide:



- a) Determinar el ángulo de disparo  $\alpha$  que permite entregar a la carga una potencia media de  $P = 11 \text{ kW}$ .

Sugerencia: Plantee como hipótesis inicial que la intensidad media y eficaz que atraviesan a la carga son aproximadamente iguales para un amplio rango de ángulos de disparo (tal y como se puede ver en la figura 2).

- b) Para el ángulo de disparo que permite la máxima transferencia de potencia media a la carga (suponiendo que el rectificador opera en conducción continua y que el rizado de corriente en la carga es despreciable) se pide: Deducir el valor de corriente media y eficaz que atraviesa a un tiristor.
- c) Plantear el sistema de ecuaciones que permite obtener el valor del ángulo crítico ( $\alpha_G$ ) que marca la frontera entre conducción continua y discontinua. Para dicho ángulo se pide representar el valor de tensión en bornes de la carga y la corriente que la atraviesa.
- d) Plantear el sistema de ecuaciones que permite obtener el valor del ángulo límite ( $\alpha_L$ ) a partir del cual ya no existe regulación de la tensión en la carga.

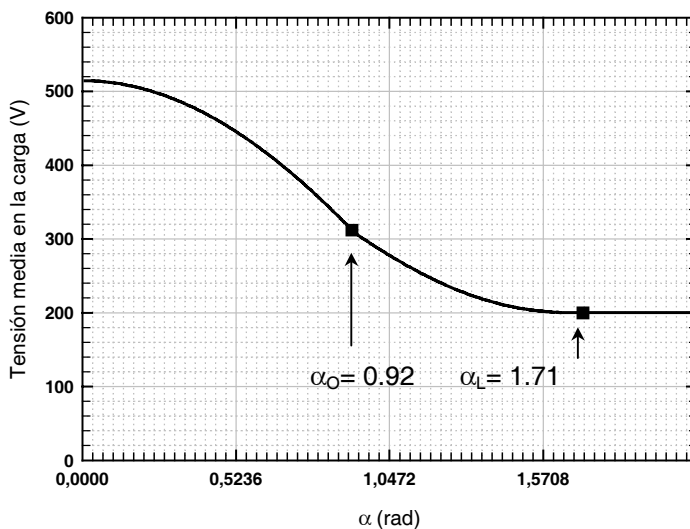


Figura 1.

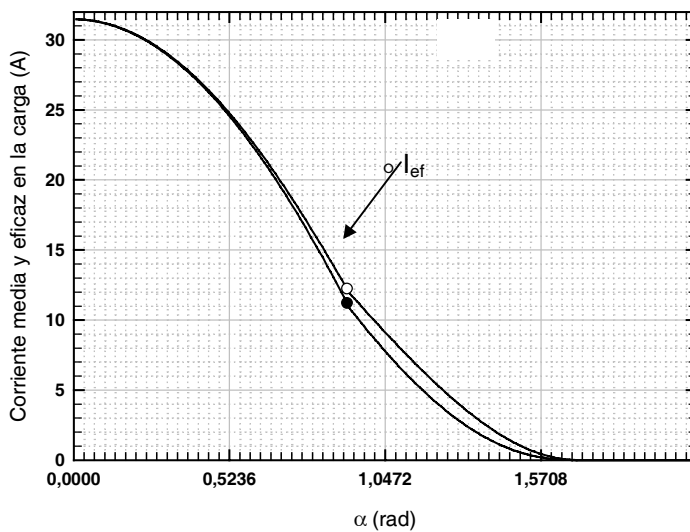


Figura 2.



**SOLUCIÓN**

a) Determinar el ángulo de disparo  $\alpha$  que permite entregar a la carga  $P = 11 \text{ kW}$ .

La tensión en bornes de la carga es:

$$[1] \quad v(t) = v_R(t) + v_L(t) + E$$

La potencia media entregada a la carga se calcula:

$$[2] \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \{v_R(t) + v_L(t) + E\} \cdot i(t) \cdot dt$$

Empleando la propiedad de aditividad de la función integral y poniendo  $v_R$  y  $v_L$  en función de  $i$ :

$$[3] \quad P = \frac{1}{T} \int_0^T \left( R \cdot i(t) + L \frac{di}{dt} + E \right) \cdot i(t) \cdot dt$$

$$[4] \quad P = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i(t)^2 dt \right\} + \left\{ \frac{1}{T} \int_{i(0)}^{i(T)} L \cdot i(t) di \right\} + \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T E \cdot i(t) \cdot dt \right\}$$

Poniéndolo en términos de potencia entregada a cada uno de los componentes

$$[5] \quad P = P_R + P_L + P_E = R \cdot I_{ef}^2 + 0 + E \cdot I_{med}$$

Empleando la hipótesis  $I_{ef} = I_{med}$  tal y como se sugiere en el enunciado del problema:

$$[6] \quad I_{med}^2 + \frac{E}{R} \cdot I_{med} - \frac{P}{R} = 0 \quad \text{Numéricamente: } I_{med}^2 + 20 \cdot I_{med} - 1100 = 0$$

La solución positiva a esta ecuación es:

$$I_{med} = 24.64 \text{ A}$$

Acudiendo a la gráfica 2, para  $I_{med}$  da un ángulo de disparo de:

$$\alpha = 0.5236 \text{ rd} \approx \frac{\pi}{6}$$

**Nota:**

No es correcto decir  $P = U_{CC} \cdot I_{med}$  porque

$$\frac{1}{T} \int_0^T \{v(t) \cdot i(t)\} \cdot dt \neq \left( \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot dt \right) \cdot \left( \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cdot dt \right)$$

El ejemplo más claro es que una bombilla conectada a la red de distribución de energía eléctrica se calienta e ilumina, por tanto  $P > 0$ . Sin embargo, tanto el valor medio de tensión ( $U_{CC}$ ) como de corriente ( $I_{med}$ ) que la atraviesa es nulo (corriente alterna), lo que según la expresión  $P = U_{CC} \cdot I_{med}$  nos llevaría a decir que  $P = 0 \rightarrow$  la bombilla no se ilumina, lo cual es un absurdo.

El ejercicio que nos ocupa es el de un rectificador (convertidor AC-DC) pero esto no significa que la salida sea constante (es decir,  $v(t) \neq U_{CC} \quad \forall t$ ). Solo en el caso de valor constante, sería correcto el uso de la expresión  $P = U_{CC} \cdot I_{med}$  pero no es el caso. Por todo ello, aunque las aproximaciones hagan que el resultado numérico coincida, partir de dicha expresión es en sí mismo un grave error conceptual (recuerde el ejemplo de la bombilla).

- b) Para el ángulo de disparo que permite la máxima transferencia de potencia media a la carga se pide deducir el valor de corriente media y eficaz que atraviesa a un tioristor (30%).

El ángulo de disparo que permite la máxima transferencia de potencia media a la carga es  $\alpha = 0$ .

Para dicho ángulo:

$$[7] \quad U_{CC0} = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = 514.6 \text{ V}$$

Tal y como se puede comprobar en la figura 1. Además, para la corriente media que atraviesa la carga con  $\alpha = 0$ :

[8]

$$U_{CC0} = \overline{v_R} + \overline{v_L} + E = R \cdot I_{med} + E \quad \Rightarrow \quad I_{med} = \frac{U_{CC0} - E}{R} = 31.46 \text{ A}$$

Lo que coincide con el valor dado por a gráfica 2. Como, además, en la gráfica 2 se ve que  $I_{ef}$  coincide en ese punto con  $I_{med}$  también disponemos del valor de  $I_{ef}$  para  $\alpha = 0$ .

Cualquiera de los tiristores solo conduce durante la tercera parte del tiempo, ya que los 3 tiristores polianodicos ó policatodicos se relevan uno a otro “repartiendo” la parte proporcional de un ciclo completo ( $2\cdot\pi$ ). Así pues, los valores de  $I_{efT}$  y de  $I_{medT}$  tendrán las expresiones siguientes:

$$[9] \quad I_{medT} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2\cdot\pi}{3}} i(t) \cdot d(\omega \cdot t)$$

$$[10] \quad I_{efT} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \int_0^{\frac{2\cdot\pi}{3}} i(t)^2 \cdot d(\omega \cdot t)}$$

Como el periodo de repetición de la corriente que atraviesa la carga es  $T = \pi/(3\cdot\omega)$

[11]

$$I_{medT} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} i(t) \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} i(t) \cdot d(\omega \cdot t) \right) = \frac{1}{3} \cdot 31.46 \cong 10.5 \text{ A}$$

[12]

$$I_{efT} = \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} i(t)^2 \cdot d(\omega \cdot t)} = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{3}} i(t)^2 \cdot d(\omega \cdot t) \right)} = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot 31.46 \cong 18.2 \text{ A}$$

Así pues, para  $\alpha = 0$ , los valores medios y eficaces de corriente que atraviesa a un tiristor son:

$$I_{medT} = 10.5 \text{ A}$$

$$I_{efT} = 18.2 \text{ A}$$

- c) Plantear el sistema de ecuaciones que permite obtener el valor del ángulo crítico ( $\alpha_0$ ). Para dicho ángulo representar la tensión y la corriente que la atraviesa.

Cuando funciona el rectificador la tensión en la carga es la de red eléctrica y se reparte entre resistencia, bobina y batería, en la manera que expresa la 1ª ley de Kirchoff.

$$[13] \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_R + v_L + E = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di}{dt} + E$$

Dicha ecuación se puede reordenar:

$$[14] \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{L/R} i(t) = \frac{1}{L} \left\{ \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) - E \right\}$$

La solución de esta ecuación diferencial surge como suma de la solución homogénea

$$[15] \quad \frac{di_H}{dt} + \frac{1}{\tau} i_H(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad i_H = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

y una solución particular (que, a su vez, por el teorema de superposición, es suma de una solución de *Regimen estacionario senoidal* y una solución de corriente continua DC):

$$[16] \quad i_p = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R} \quad \text{donde} \quad I = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{(\omega L)}{R}$$

La solución de contorno para  $\alpha_0$  es que la corriente parte de cero

[17]

$$i \left( \frac{\pi/3 + \alpha_0}{\omega} \right) = 0 = A \cdot e^{-\frac{\pi/3 + \alpha_0}{\omega \cdot \tau}} + I \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi \right) - \frac{E}{R} \Rightarrow \text{de donde deduzco } A$$

La ecuación de la corriente queda:

[18]

$$i(t) = I \cdot \left\{ \sin(\omega \cdot t - \varphi) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi\right) \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi/3 - \alpha_0}{\varpi \cdot \tau}} \right\} - \frac{E}{R} \cdot \left\{ 1 - e^{-\frac{\omega t - \pi/3 - \alpha_0}{\varpi \cdot \tau}} \right\}$$

La otra condición de contorno para  $\alpha_0$  es que la corriente al terminar el intervalo acaba en 0.

[19]

$$i\left(\frac{2 \cdot \pi/3 + \alpha_0}{\varpi}\right) = 0 = I \cdot \left\{ \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \varpi \cdot \tau}} \right\} - \frac{E}{R} \cdot \left\{ 1 - e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \varpi \cdot \tau}} \right\}$$

Reordenando términos nos queda:

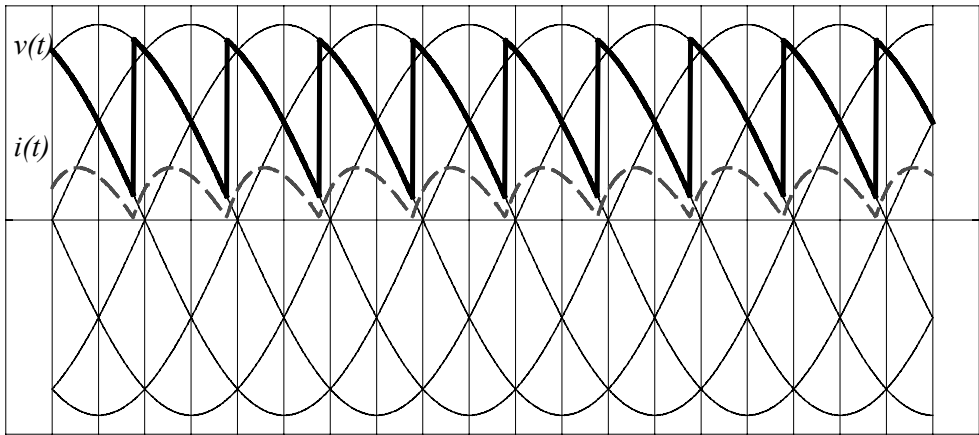
$$[20] \quad \boxed{\frac{E}{I \cdot R} \cdot \left\{ 1 - e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \varpi \cdot \tau}} \right\} = \left\{ \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha_0 - \varphi\right) \cdot e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \varpi \cdot \tau}} \right\}}$$

Que es la ecuación que nos permite obtener  $\alpha_0$ , tal y como se pedía. Tal y como se observa en la figura 1, el valor  $\alpha_0 = 0.92$  rd cumple la ecuación 20, confirmando que 0.92 rd es el ángulo crítico buscado.

Es con ese valor de  $\alpha_0 = 0.92$  rd con el que se dibujará la tensión y la corriente, cuya ecuación es la aplicación numérica aplicada a la expresión [18]:

[21]

$$\boxed{i(t) = 51.41 \cdot \left\{ \sin(\omega \cdot t - 0.3044) - 0.9957 \cdot e^{-\frac{\omega t - 1.9672}{0.31416}} \right\} - 20 \cdot \left\{ 1 - e^{-\frac{\omega t - 1.9672}{0.31416}} \right\}}$$



d) Plantear el sistema de ecuaciones que permite obtener el valor del ángulo límite ( $\alpha_L$ ).

Para valores de  $\alpha > \alpha_0$ , cuando se dispara un tiristor de manera tal que, de funcionar el rectificador, en el momento del inicio la tensión fijada por el rectificador no supera a la de la batería  $E$  ello lleva al absurdo de que la corriente inicial debería ser negativa, lo cual es imposible. Por ello, el ángulo límite  $\alpha_L$  tal que hace que la tensión de red y la de la batería se igualen marca una frontera entre el funcionamiento o no del rectificador.

Geométricamente puede comprobarse que dicho ángulo vale:

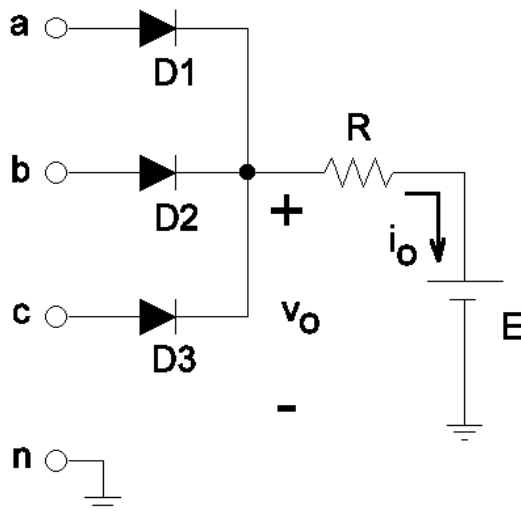
$$\alpha_L = \frac{\pi}{6} + \arccos\left(\frac{E}{\sqrt{3}\sqrt{2} \cdot V}\right) = 1.71 \text{ rd}$$

Lo que viene confirmado por el valor de la figura 1.

2002. SEPTIEMBRE. P2 - I.I.

El rectificador no controlado de la figura alimenta una carga RE a partir de una red trifásica equilibrada de  $380V_{RMS}$  entre fases. Suponiendo los diodos ideales y  $R=10\Omega$ , se pide:

- Cálculo del valor de E que delimita el funcionamiento entre conducción continua y discontinua de la corriente de salida del rectificador,  $i_o(t)$ .
- Con el valor de E calculado, formas de onda de la tensión de salida,  $v_o(t)$ , de la corriente en la carga,  $i_o(t)$ , y de la tensión ánodo-cátodo del diodo D1,  $v_{AK-D1}(t)$ , en un periodo de funcionamiento. Cálculo del valor medio de la tensión y de la corriente de salida.
- Potencia media que absorbe el rectificador de la red trifásica.
- Valor medio de la tensión de salida suponiendo que D1 se destruye y queda abierto.

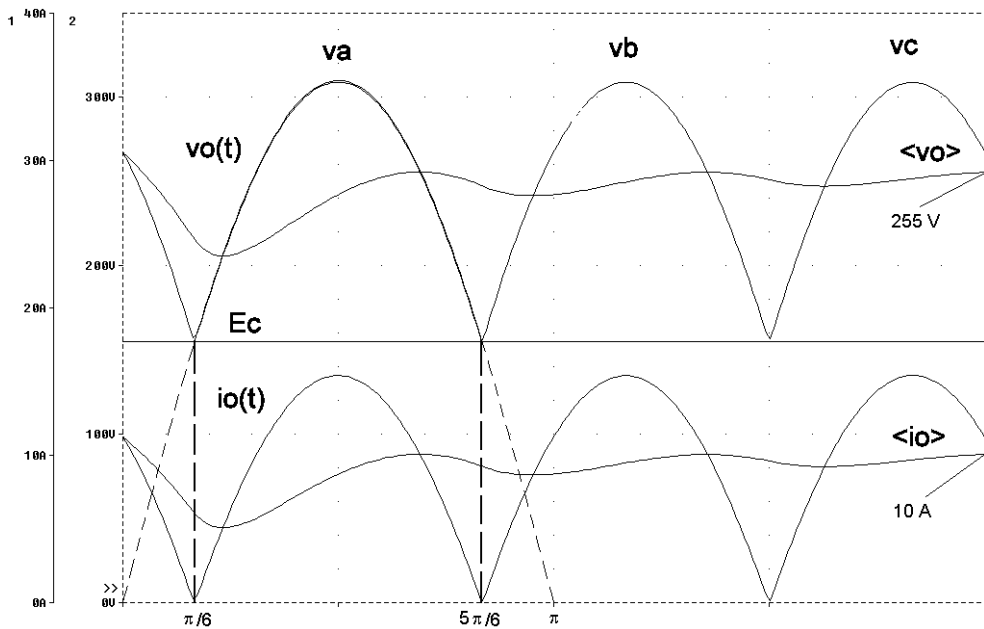


## SOLUCIÓN

- a) El límite entre conducción continua y discontinua viene dado por los 'cruces' entre las tensiones de red (instantes de conmutación natural de los diodos). El valor 'crítico' de E se calcula:

$$E_c = V_M \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} = 155V$$

- b) Las formas de onda que se piden con  $E=E_c$  son:



Valor medio de  $v_o$ :

$$\langle v_o \rangle = \frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_M \operatorname{sen} \omega t d\omega t = \frac{3}{2\pi} \sqrt{2} \frac{380}{\sqrt{3}} 2 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 257 V$$

Valor medio de  $i_o$ :

$$\langle i_o \rangle = \frac{\langle v_o \rangle - E_c}{R} = \frac{257 - 155}{10} = 10,2 A$$



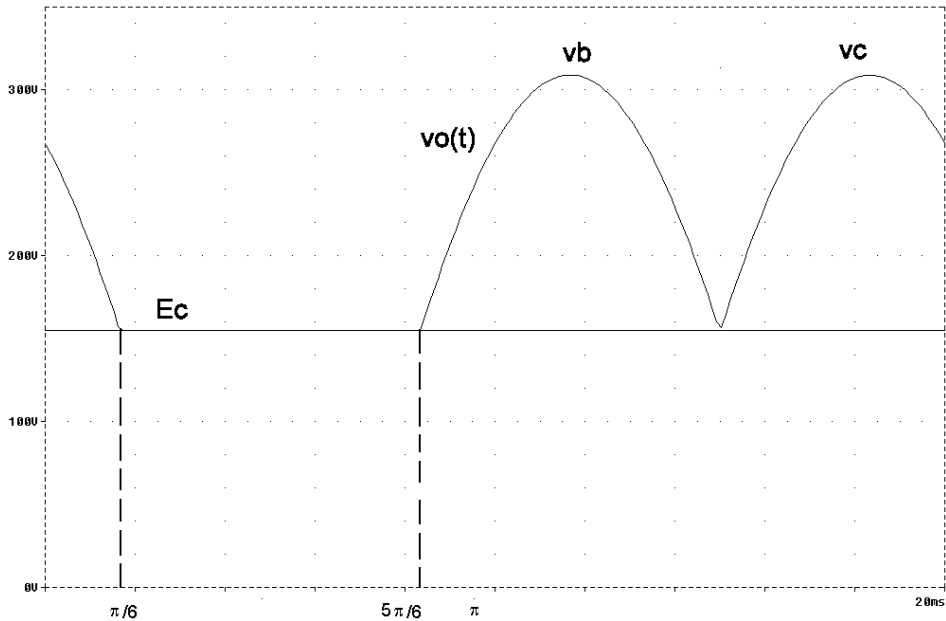
Valor eficaz de  $i_o$ :

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{3}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \left( \frac{V_M \operatorname{sen} \omega t - E_c}{R} \right)^2 d\omega t} = 11,2A$$

- c) Como los diodos se consideran ideales, la potencia de entrada es igual que la de salida, por lo tanto:

$$P_{ac} = P_{dc} = E \langle i_o \rangle + RI_{RMS}^2 = 8,2kW$$

- d) Si D1 se destruye y queda abierto, la tensión de salida queda:



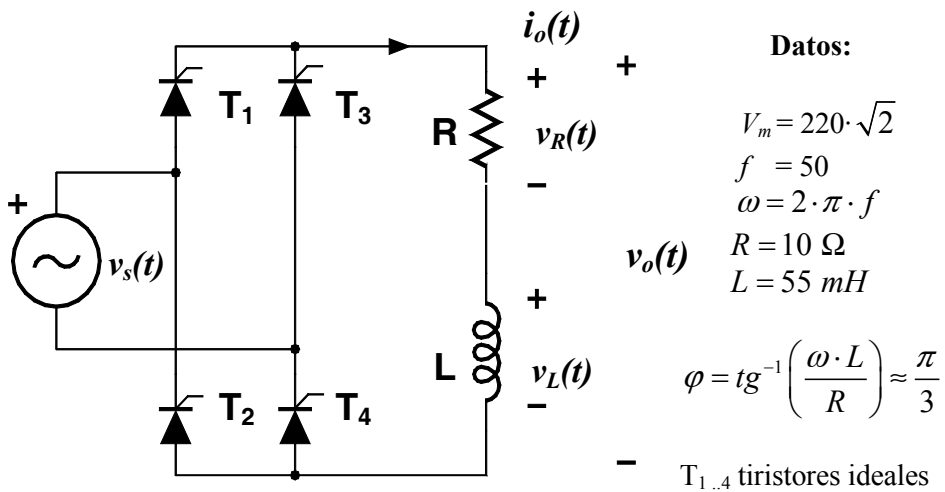
de manera que el valor medio que se solicita es:

$$\langle v_o \rangle' = \frac{2}{3} \langle v_o \rangle + \frac{1}{3} E_c = 223V$$

2003. ENERO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador monofásico controlado de onda completa que alimenta a la carga R-L. Las figuras inferiores muestran la secuencia temporal de las corrientes de puerta de los tiristores  $T_{1-4}$  ( $i_{G1-4}$ ). Se pide:

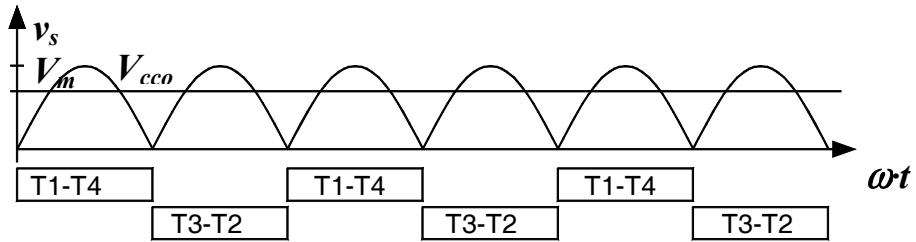
- Para  $\alpha = 0$  representar razonadamente la tensión  $v_o(t)$  en la carga y calcular su valor medio  $V_{cco}$ .
- Deducir matemáticamente el valor de  $\alpha_{\text{critico}}$  (valor del ángulo de disparo que marca la frontera entre la conducción continua y discontinua que atraviesa la carga). Sugerencia: comience la iteración partiendo del valor  $\alpha_{\text{critico, inicial}} = \varphi$
- Para  $\alpha = \frac{\pi}{6}$  determinar la expresión de la corriente que atraviesa la carga  $i_o(t)$ .



## SOLUCIÓN

- a) Para  $\alpha = 0$  representar la tensión  $v_o(t)$  en la carga y calcular su valor medio  $V_{cco}$ .

Los tiristores se disparan mediante la corriente de puerta pasando a ON, de manera que sus intervalos de conducción son los indicados en la figura, forzando a que la tensión existente en bornes de la carga sea la senoidal “rectificada”, de manera idéntica a lo que se obtendría en un rectificador de diodos.



El valor medio será:

$$[1] \quad V_{cco} = \frac{V_m}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \sin(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{2 \cdot \sqrt{2} \cdot 220}{\pi} = 0.9 \cdot 220 = 198.1$$

- b) Deducir matemáticamente el valor de  $\alpha_{crítico}$

Cuando el rectificador conduce la tensión de red aparece en bornes de la carga (con valor positivo) y se reparte entre resistencia y bobina según la expresión:

$$[2] \quad V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = v_R + v_L = R \cdot i_o(t) + L \cdot \frac{di_o(t)}{dt}$$

La solución de [2] tiene la forma:

$$[3] \quad i_o(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Para el caso concreto del ángulo crítico, las condiciones de contorno son:

$$[4] \quad i_o\left(\frac{\alpha_{crítico}}{\omega}\right) = A \cdot e^{-\frac{\alpha_{crítico}}{\omega \tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\alpha_{crítico} - \varphi) = 0$$

$$[5] \quad i_o \left( \frac{\alpha_{\text{critico}} + \pi}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{\alpha_{\text{critico}} + \pi}{\omega \cdot \tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\alpha_{\text{critico}} - \varphi + \pi) = 0$$

Puesto que  $\sin(\theta + \pi) = -\sin(\theta)$  obtenemos de [4]+ [5]:

$$[6] \quad A \cdot e^{-\frac{\alpha_{\text{critico}}}{\omega \cdot t}} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \cdot \tau}} \right) = 0$$

cuya única solución es que  $A = 0$

$$\text{Así pues, de [4]:} \quad \sin(\alpha_{\text{critico}} - \varphi) = 0 \quad \triangleright \quad \alpha_{\text{critico}} = \varphi$$

[7]

$$\boxed{\alpha_{\text{critico}} = \frac{\pi}{3}}$$

c) Para  $\alpha = \pi/6$  determinar la expresión de la corriente que atraviesa la carga  $i_o(t)$ .

Como  $\alpha \leq \alpha_{\text{critico}}$  entonces el rectificador se encuentra funcionando en conducción continua. Por lo tanto:

$$[8] \quad V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) = v_R + v_L = R \cdot i_o(t) + L \cdot \frac{di_o(t)}{dt}$$

Cuya solución tiene la forma:

$$[9] \quad i_o(t) = B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Presenta las condiciones de contorno correspondientes a la conducción continua:

$$[10] \quad i_o \left( \frac{\alpha}{\omega} \right) = B \cdot e^{-\frac{\alpha}{\omega \cdot \tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\alpha - \varphi) = I_0$$

$$[11] \quad i_o \left( \frac{\alpha + \pi}{\omega} \right) = B \cdot e^{-\frac{\alpha + \pi}{\omega \cdot \tau}} + \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\alpha - \varphi + \pi) = I_0$$

Restando [10] - [11] y, puesto que  $\sin(\theta + \pi) = -\sin(\theta)$ :

[12]

$$B \cdot e^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\right) + 2 \cdot \frac{V_m}{|Z|} \cdot \sin(\alpha - \varphi) = 0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{2 \cdot V_m \cdot \sin(\varphi - \alpha)}{|Z| \cdot e^{-\frac{\alpha}{\omega\tau}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\right)}$$

De donde:

$$[13] \quad i_o(t) = \frac{V_m}{|Z|} \cdot \left[ \sin(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{2 \cdot \sin(\alpha - \varphi)}{1 - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}} \cdot e^{-\frac{\omega t - \alpha}{\omega\tau}} \right]$$

d) Deducir la expresión  $V_{cc} = f(\alpha, V_{cco})$  para  $\alpha \in (0, \alpha_{critico})$ .

Para el intervalo de ángulos de disparo  $\alpha \in (0, \alpha_{critico})$  el rectificador opera en conducción continua y, en consecuencia, el valor medio de tensión se obtiene según la expresión:

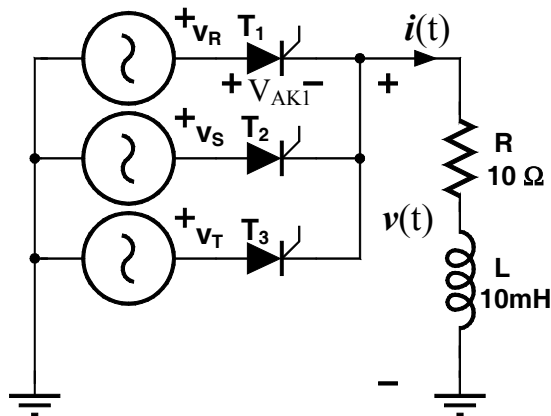
$$V_{cc} = \frac{V_m}{\pi} \cdot \int_{\alpha}^{\pi + \alpha} \sin(\omega t) \cdot d\omega t = \frac{V_m}{\pi} \cdot [-\cos(\alpha + \pi) + \cos(\alpha)] = \frac{2 \cdot V_m}{\pi} \cdot \cos(\alpha) = V_{cco} \cdot \cos(\alpha)$$

Puesto que  $\cos(\theta + \pi) = -\cos(\theta)$ :

$$[14] \quad V_{cc} = V_{cco} \cdot \cos(\alpha)$$

2003. JUNIO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado de media onda que alimenta a una carga óhmico-inductiva RL.



Se pide:

- Deducir el valor del ángulo de disparo crítico  $\alpha_0$  que determina la frontera entre la conducción continua y discontinua.
- Representar la curva de regulación  $V_{cc}(\alpha)$ , para lo cual se determinará el valor medio de la tensión  $v(t)$  para los ángulos de disparo:

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{6}, \quad \alpha_3 = \frac{\pi}{3}, \quad \alpha_4 = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_5 = \frac{2 \cdot \pi}{3} \quad \text{y} \quad \alpha_6 = \frac{5 \cdot \pi}{6}$$

- Determinar la expresión matemática de la corriente  $i(t)$  para  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

- Deducir el valor de la corriente media que atraviesa la carga para  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

**Datos:**

Considere que los semiconductores son ideales

$|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 220 \text{ V}_{ef} @ 50 \text{ Hz}$  (Red de distribución de energía eléctrica)



Nota: se entiende como “Intervalo de conducción” el intervalo (en radianes) transcurrido desde el instante en que se dispara uno de los tiristores hasta que dicho tiristor deja de conducir (pasa a bloqueo).

**SOLUCIÓN**

- a) Deducir el valor del ángulo de disparo crítico  $\alpha_0$  que determina la frontera entre la conducción continua y discontinua.

Cuando conduce un tiristor la tensión de red se reparte entre los componentes de la carga y podemos escribir:

$$[1] \quad \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_R(t) + v_L(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

Solución particular (Régimen estacionario senoidal):

$$[2] \quad i_p(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde} \quad I = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 29.682 \text{ A}$$

$$\text{y} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} = 0.304$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[3] \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde} \quad \tau = \frac{L}{R} = 0.001 \text{ s}$$

Solución general:

$$[4] \quad i(t) = i_p(t) + i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi)$$

Condiciones de contorno:

$$[5] \quad i\left(\frac{\pi}{6} + \alpha_0\right) = A \cdot e^{-\frac{\frac{\pi}{6} + \alpha_0}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{6} + \alpha_0 - \varphi\right) = 0$$

Inicio de la conducción:

$$[6] \quad i\left(\frac{5 \cdot \pi}{6} + \alpha_0\right) = A \cdot e^{-\frac{\frac{5 \cdot \pi}{6} + \alpha_0}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}\left(\frac{5 \cdot \pi}{6} + \alpha_0 - \varphi\right) = 0$$



$$\text{Inicio} + \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \omega}$$

De [5] y [6] se puede obtener (iterando)  $\alpha_0$ , no obstante, de la figura 1 se puede deducir que  $\alpha_0 \approx 0.83$  radianes, ya que a partir de ese ángulo el intervalo de conducción es menor que  $2 \cdot \pi/3$  (lo que equivale a decir que hay “tiempos muertos” o conducción discontinua).

Vemos que tomando  $\alpha_0 \approx 0.83$  de [5]  $\rightarrow A = -3314$

y confirmamos que

$$i\left(\frac{5 \cdot \pi}{6 \cdot \omega} + \frac{0.83}{\omega}\right) = -3314 \cdot e^{-\frac{5 \cdot \pi + 0.83}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}\left(\frac{5 \cdot \pi}{6} + 0.83 - \varphi\right) = -0.16 \approx 0$$

$$\rightarrow \boxed{\alpha_0 \approx 0.83}$$

- b) Representar la curva de regulación  $V_{cc}(\alpha)$ , para lo cual se determinará el valor medio de la tensión  $v(t)$  para los ángulos de disparo:

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{6}, \quad \alpha_3 = \frac{\pi}{3}, \quad \alpha_4 = \frac{\pi}{2}, \quad \alpha_5 = \frac{2 \cdot \pi}{3} \quad \text{y} \quad \alpha_6 = \frac{5 \cdot \pi}{6}.$$

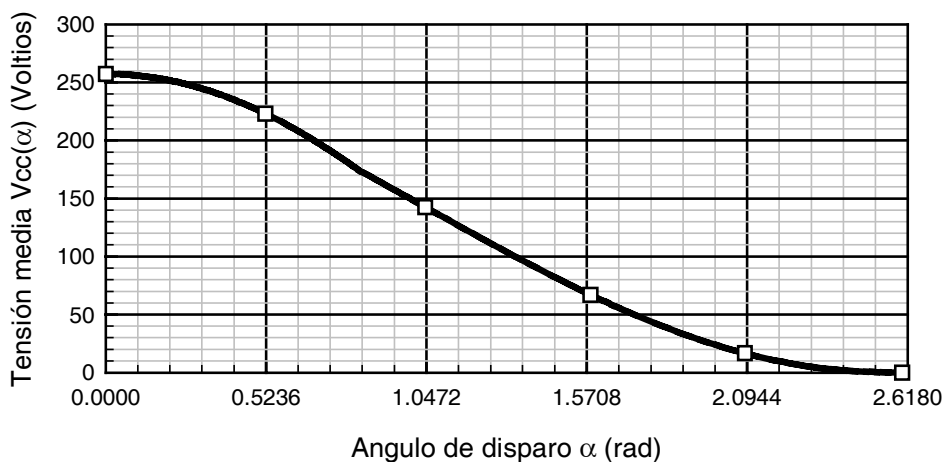
Si denominamos  $\gamma =$  **intervalo de conducción en radianes**, para todos los ángulos de disparo  $\alpha$  se puede decir que la conducción concluye en  $(\alpha + \gamma)$ , sin importar si nos encontramos en conducción continua o discontinua ( en conducción continua, necesariamente  $\gamma = 2 \cdot \pi/3$  ). Por lo tanto para todos ellos:

$$[7] \quad V_{CC}(\alpha) = \frac{1}{2 \cdot \pi/3} \cdot \int_{-\frac{\pi}{3} + \alpha}^{\left(-\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \gamma} \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)$$

$$[8] \quad V_{CC}(\alpha) = \frac{\sqrt{2} \cdot V}{2 \cdot \pi/3} \cdot \left\{ \text{sen}\left[\left(-\frac{\pi}{3} + \alpha\right) + \gamma\right] - \text{sen}\left(-\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \right\}$$

Por lo tanto:

$\alpha$	$\gamma$	$V_{CC}(\alpha)$
0	2.09	257
0.5236	2.09	223
1.0472	1.87	142
1.5708	1.33	67
2.0944	0.76	17
2.6180	0	0



- c) Determinar la expresión matemática de la corriente  $i(t)$  para  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

Tal y como hemos deducido ya en el apartado a) se puede llegar a la expresión general de  $i(t)$

Solución general:

$$[9] \quad i(t) = i_p(t) + i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi)$$

Para  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  el rectificador opera en conducción discontinua y por lo tanto podemos imponer las siguientes condiciones de contorno:

$$[10] \quad i \left( \frac{\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \omega \tau}} + I \cdot \text{sen} \left( \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi \right) = 0$$

Inicio de la conducción

de aquí:

$$[11] \quad A = -I \cdot \text{sen} \left( \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi \right) \cdot e^{\frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \omega \tau}}$$

y substituyendo en [9]:

$$[12] \quad i(t) = I \cdot \left\{ \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \text{sen} \left( \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi \right) \cdot e^{-\frac{\omega \cdot t - 2 \cdot \pi / 3}{\omega \tau}} \right\}$$

d) Deducir el valor de la corriente media que atraviesa la carga para  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .

Como  $V_{CC}(\alpha=\pi/2) = 67 \text{ V}$ , tal y como hemos deducido en el apartado b), y puesto que podemos descompones  $V_{CC}$  como:

$$[13] \quad V_{CC} = \overline{v_R} + \overline{v_L} = R \cdot \overline{i} + \overline{v_L}$$

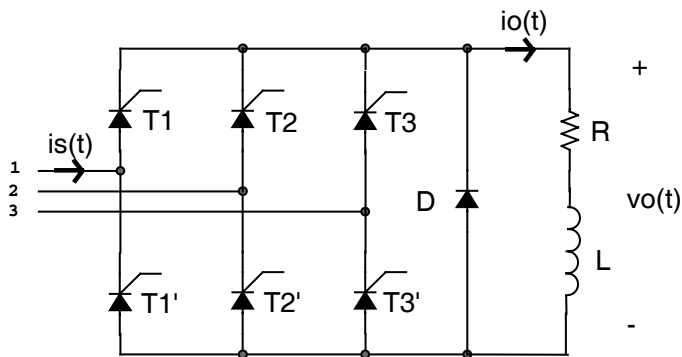
Pero, al encontrarnos funcionando en régimen permanente,  $\rightarrow \overline{v_L} = 0$  y, en consecuencia:

$$[14] \quad \overline{i} = \frac{V_{CC}}{R} = \frac{67}{10} = 6.7 \text{ A}$$

2003. JUNIO. P2 - I.I.

Un rectificador trifásico en puente totalmente controlado con diodo de libre circulación alimenta una carga RL. El valor de L se supondrá lo suficientemente elevado para que el rizado de la corriente de carga sea despreciable frente a su valor medio (es decir, el convertidor funciona siempre en conducción continua profunda con  $i_o(t, \alpha) \approx I_o(\alpha)$ , siendo  $I_o(\alpha)$  el valor medio que corresponde a cada ángulo de disparo de los tiristores  $\alpha$ ). Sabiendo que  $I_o=20\text{A}$  con  $\alpha=0^\circ$ :

- Dibuje las formas de onda de la tensión de salida  $v_o(t)$  y de la corriente de entrada  $i_s(t)$  con  $\alpha=30^\circ$  y  $\alpha=90^\circ$ . Calcule el valor medio de la tensión y de la corriente de salida con ambos ángulos de disparo.
- Con  $\alpha=30^\circ$ , calcule el valor eficaz de la corriente de entrada  $i_s(t)$  ( $I_{s\text{-eff}}$ ), el valor eficaz del armónico fundamental ( $I_{s1\text{-eff}}$ ), la distorsión de corriente de entrada (DAT%) y la potencia activa que consume el rectificador.

**Datos:**

- Tiristores y diodo ideales.
- $I_o(\alpha=0^\circ)=20\text{A}$ .
- Rizado de corriente de salida despreciable frente a su valor medio.
- Tensión eficaz entre fases de la red: 380V. (50Hz).

- Distorsión armónica de la corriente: 
$$DAT\% = \frac{\sqrt{I_{s\text{-eff}}^2 - I_{s1\text{-eff}}^2}}{I_{s1\text{-eff}}} \cdot 100$$

- Desarrollo en serie de Fourier de una función  $v(t)$ :

$$v(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 + \sum_{k=1,2,\dots}^{\infty} a_k \cdot \cos(k \cdot \omega t) + b_k \cdot \text{sen}(k \cdot \omega t)$$

$$\text{SIMETRÍA PAR } (v(t) = v(-t)) \Rightarrow \begin{cases} b_k = 0 & ; \quad k \geq 1 \\ a_k = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} v(t) \cdot \cos(k \cdot \omega t) d(\omega t) \end{cases}$$

$$\text{SIMETRÍA IMPAR } (v(t) = -v(-t)) \Rightarrow \begin{cases} a_k = 0 & ; \quad k \geq 0 \\ b_k = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} v(t) \cdot \text{sen}(k \cdot \omega t) d(\omega t) \end{cases}$$

$$\text{SIMETRÍA ALTERNANTE DE } T/2 \left( v(t) = -v\left(t + \frac{T}{2}\right) \right) \Rightarrow \left. \begin{cases} a_k = b_k = 0 & ; \quad k \text{ par} \\ a_k = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} v(t) \cdot \cos(k \cdot \omega t) d(\omega t) \\ b_k = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} v(t) \cdot \text{sen}(k \cdot \omega t) d(\omega t) \end{cases} \right\} k \text{ impar}$$

## SOLUCIÓN

- a) La figura 1 muestra el aspecto de  $v_o(t)$  e  $i_s(t)$  con  $\alpha=30^\circ$  ( $\pi/6$ ). El diodo de libre circulación no conduce nunca pues en ningún momento la tensión instantánea  $v_o(t)$  se aproxima a 0.

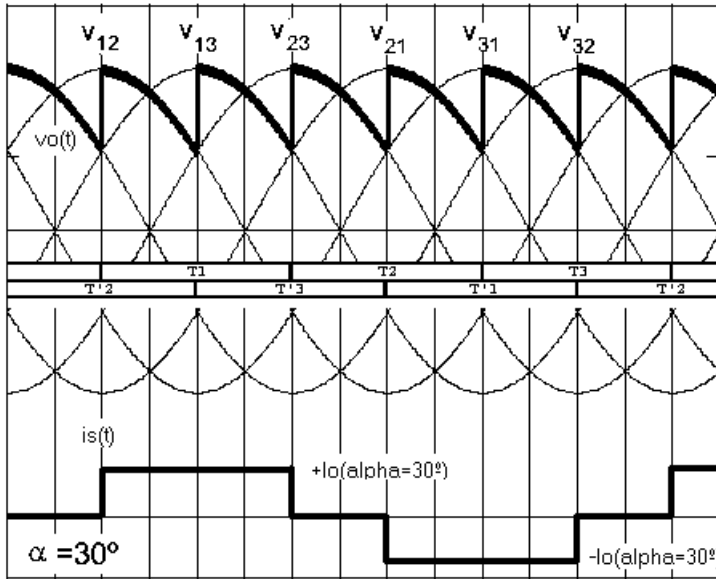


Figura 1.

El valor medio de la tensión de salida puede calcularse:

$$V_o(\alpha) = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6+\alpha}^{+\pi/6+\alpha} \sqrt{2} \cdot V_{LL} \cos \omega t \, d\omega t = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{LL} \cos \alpha$$

siendo  $V_{LL}$  el valor eficaz de la tensión entre fases de la red. Esta expresión es válida para ángulos de disparo inferiores a  $60^\circ$  (inclusive). Con  $\alpha=30^\circ$  y  $V_{LL}=380V$  se tiene:

$$V_o(30^\circ) = 444,4V$$

Teniendo en cuenta que el valor medio de la tensión en L es nulo (en régimen permanente), el valor medio de la corriente de carga se puede calcular:

$$I_o(\alpha) = \frac{V_o(\alpha)}{R}$$



Con  $\alpha=90^\circ$  se tiene:

$$V_o(90^\circ) = 68,8V$$

Con lo que:

$$I_o(90^\circ) = \frac{V_o(90^\circ)}{R} = \frac{256,6V}{25,7\Omega} = 2,7A$$

- b) El valor eficaz de la corriente de entrada con  $\alpha=30^\circ$  puede calcularse a partir de la definición:

$$I_{s\text{-eff}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_s(t)^2 d\omega t} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi/3} I_o(\alpha=30^\circ)^2 d\omega t} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_o(\alpha=30^\circ) = 14,1A$$

Tomando el origen de fases de manera que  $i_s(t)$  tenga simetría par y alternante de  $T/2$ , mediante el desarrollo en serie de Fourier de la corriente de entrada se puede calcular la amplitud del primer armónico (fundamental) como se indica a continuación:

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i(\omega t) \cdot \cos(\omega t) d\omega t = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} i(\omega t) \cdot \cos(\omega t) d\omega t = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/3} I_o(\alpha=30^\circ) \cdot \cos(\omega t) d\omega t$$

$$a_1 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_o(\alpha=30^\circ) = 19,1A$$

El valor eficaz del fundamental será:

$$I_{s1\text{-eff}} = \frac{a_1}{\sqrt{2}} = 13,5A$$

La distorsión de la corriente de entrada queda:

$$DAT\% = \sqrt{\frac{I_{s\text{-eff}}^2 - I_{s1\text{-eff}}^2}{I_{s1\text{-eff}}^2}} \cdot 100 = 31\%$$



La potencia activa que consume el rectificador se calcula teniendo en cuenta que sólo el primer armónico produce potencia activa:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_{LL} \cdot I_{s1-eff} \cdot \cos \alpha = 7,7kW$$

Considerando que la potencia activa corresponde al valor medio de la potencia entregada a la carga, también podría calcularse como:

$$P = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) \cdot i_o(\omega t) d\omega t = I_o(\alpha = 30^\circ) \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v_o(\omega t) d\omega t = I_o(\alpha = 30^\circ) \cdot V_o(\alpha = 30^\circ) = 7,7kW$$

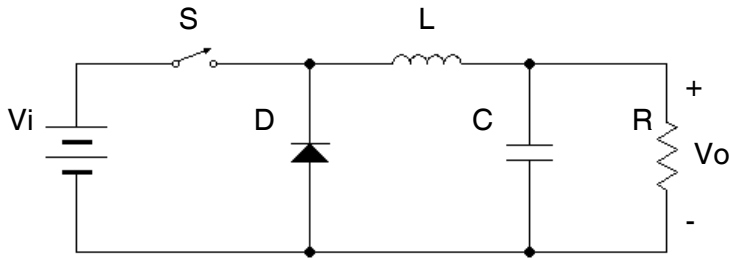
e incluso:

$$P = R \cdot I_{o-eff}^2(30^\circ) \approx R \cdot I_o^2(30^\circ) = 7,7kW$$

dado que  $i_o(t) \approx I_o = \text{constante}$  (el valor eficaz y el medio coinciden).

2003. JUNIO. P3 - I.I.

Partiendo de un convertidor como el de la figura, con las siguientes características:

**Datos:**

$$V_o = 10 \text{ V}$$

$$V_i = 15 \div 25 \text{ V}$$

$$f_s = 12 \text{ kHz}$$

$$L = 100 \mu\text{H}$$

- Deducir y calcular la potencia mínima de la carga que se puede conectar al convertidor para que éste trabaje en conducción continua, considerando todo el rango de la tensión de entrada.
  - Si se quiere conectar una carga de 10 W y que el convertidor funcione en conducción continua con el mismo valor de  $L$ , ¿cómo habría que variar la frecuencia de conmutación?; ¿cuál sería su valor?
-

## SOLUCIÓN

- a) En el caso límite entre la conducción continua y discontinua, la corriente de salida puede expresarse como:

$$I_o = \frac{I_{L\max}}{2}$$

Siendo  $I_{L\max}$ :

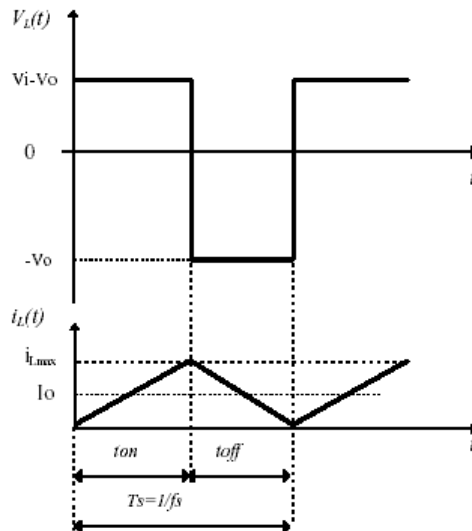
$$I_{L\max} = \frac{V_i - V_o}{L} \cdot D \cdot T_s$$

Sustituyendo se tiene la corriente de salida mínima para asegurar la conducción continua:

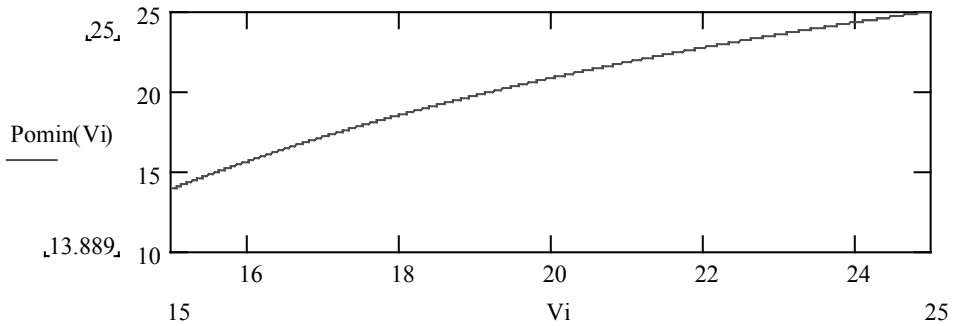
$$I_{o-\min} = \frac{V_i - V_o}{2 \cdot L} \cdot D \cdot T_s$$

Finalmente, la potencia entregada a la carga se expresa:

$$P_{o-\min} = I_{o-\min} \cdot V_o = \frac{V_i - V_o}{2 \cdot L} \cdot D \cdot T_s \cdot V_o$$



**Formas de onda en el caso límite de la conducción continua.**



La función  $P_{o-min}(V_i)$  es monótona creciente, alcanzando los siguientes valores extremos en el intervalo de variación de la tensión de entrada estudiado:

-  $V_i = 15 \text{ V} \Rightarrow$

$$P_{o-min} = \frac{V_i - V_o}{2 \cdot L} \cdot D \cdot T_s \cdot V_o = \frac{15 - 10}{2 \cdot 100 \mu\text{H}} \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{1}{12000} \cdot 10 = 13,89 \text{ W}$$

-  $V_i = 25 \text{ V} \Rightarrow$

$$P_{o-min} = \frac{V_i - V_o}{2 \cdot L} \cdot D \cdot T_s \cdot V_o = \frac{25 - 10}{2 \cdot 100 \mu\text{H}} \cdot \frac{10}{25} \cdot \frac{1}{12000} \cdot 10 = 25 \text{ W}$$

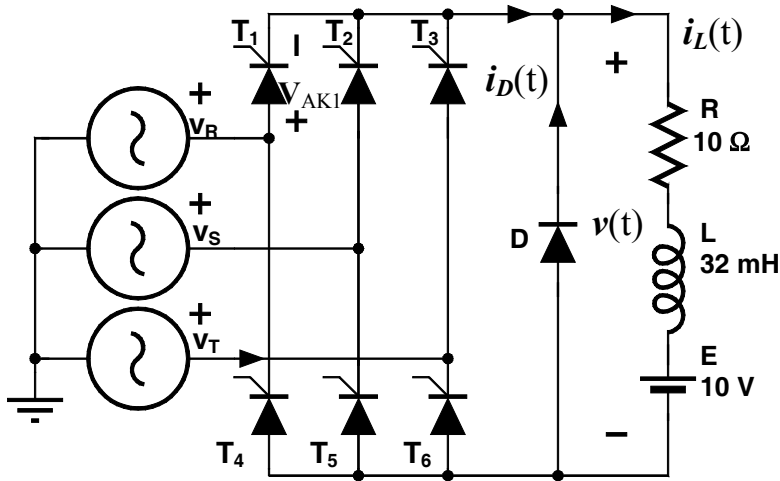
Por lo tanto, la mínima potencia que el convertidor puede entregar trabajando en conducción continua en todo el rango de la tensión de entrada, será 25 W.

- b)** Para disminuir la potencia mínima ( $P_{o-min} = 10\text{W}$ ) y trabajar en conducción continua, la frecuencia de conmutación debe aumentar. Considerando el caso límite entre conducción continua y discontinua y la tensión máxima de entrada, se tiene:

$$f_s \geq \frac{V_i - V_o}{2 \cdot L \cdot P_{o-min}} \cdot D \cdot V_o = 30 \text{ kHz}$$

2003. SEPTIEMBRE. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado que alimenta a una carga RLE. Se encuentra en régimen permanente y la carga esta en conducción continua. El ángulo de disparo es  $\alpha = \pi/2$



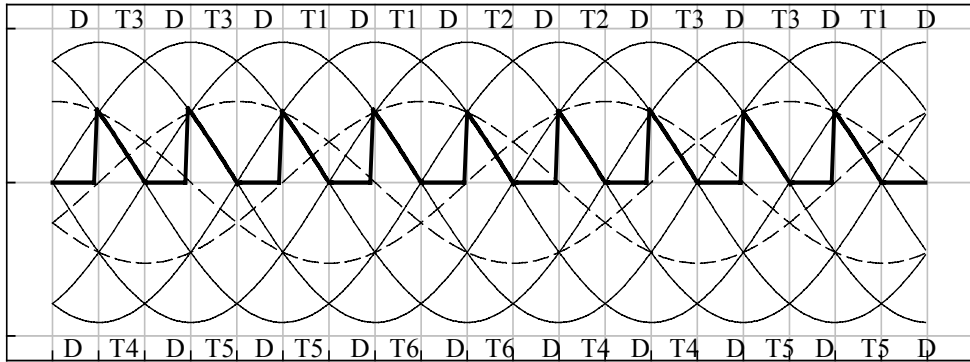
Se pide:

- Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .
- Obtener la expresión matemática de la corriente  $i_L(t)$  que atraviesa la carga, así como el valor mínimo de dicha corriente.
- Obtener el valor medio de la corriente que atraviesa la carga  $I_L$  y el valor medio de corriente que atraviesa al diodo  $I_D$ .
- Representar razonadamente la tensión  $V_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$  (Nota: Se puede suponer que cuando se encuentran en bloqueo los tiristores  $T_{1..6}$  presentan una elevada impedancia  $Z_{1,OFF..6,OFF} \rightarrow \infty$  que es idéntica para todos ellos. Teniendo en cuenta esta consideración, cuando  $T_1, T_2$  y  $T_3$  se encuentran en bloqueo simultáneamente, el cátodo común permanece a cero voltios, tal y como establece Millman).

**Datos:**  $|V_{RN}| = |V_{SN}| = |V_{TN}| = 220 \text{ V}_{ef} @ 50 \text{ Hz}$  (Red eléctrica)

**SOLUCIÓN**

- a) Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .



- b) Obtener la expresión matemática de la corriente  $i_L(t)$  que atraviesa la carga.

Cuando funciona el rectificador la tensión de red se reparte entre los componentes de la carga y podemos escribir:

$$[1] \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_R(t) + v_L(t) + E = R \cdot i_1(t) + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} + E \quad \text{Ec. Dif.}$$

Solución particular (Empleando superposición: Régimen estacionario senoidal y de continua):

$$[2] \quad i_{p1}(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R} \quad \text{donde} \quad I = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 38 \text{ A}$$

$$\text{y} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} = 0.79$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[3] \quad i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde} \quad \tau = \frac{L}{R} = 0.0032 \text{ s}$$

Solución general:

$$[4] \quad i_1(t) = i_{p1}(t) + i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R}$$

Condiciones de contorno para la conducción del rectificador:

$$[5] \quad i_1 \left( \frac{\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{5\pi}{6\omega\tau}} + I \cdot \text{sen} \left( \frac{5\pi}{6} - \varphi \right) - \frac{E}{R} = I_0$$

Inicio del intervalo

$$[6] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} + I \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) - \frac{E}{R} = I_1$$

Instante en que  $V < 0$

A partir de ese instante el diodo D comienza a conducir y se establece la siguiente expresión:

$$[7] \quad 0 = v_R(t) + v_L(t) + E = R \cdot i_2(t) + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + E \quad \text{Ec. Dif.}$$

Solución particular (Régimen estacionario de continua):

$$[8] \quad i_{p2}(t) = -\frac{E}{R}$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[9] \quad i_{H2}(t) = A' \cdot e^{\frac{t}{\tau}} = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega\tau}} \quad \text{donde } B = A' \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

Solución general:

$$[10] \quad i_2(t) = i_{p2}(t) + i_{H2}(t) = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega\tau}} - \frac{E}{R}$$

Condiciones de contorno para la conducción del diodo:

$$[11] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = B - \frac{E}{R} = I_1$$

Inicio del intervalo

$$[12] \quad i_1\left(\frac{7 \cdot \pi}{6 \cdot \omega}\right) = B \cdot e^{-\frac{7 \cdot \pi - 6 \cdot \pi}{6 \cdot \omega \cdot \tau}} - \frac{E}{R} = I_0$$

Fin del intervalo

De [5], [6], [11] y [12] se puede obtener los valores de A, B,  $I_0$  e  $I_1$ .

Nos quedará:

$$[14] \quad i(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{E}{R} & \omega \cdot t \in \left[\frac{5 \cdot \pi}{6}, \pi\right] \\ B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} & \omega \cdot t \in \left[\pi, \frac{7 \cdot \pi}{6}\right] \\ \frac{\pi}{3} \text{ periodica} & \end{cases}$$

c) Obtener el valor medio de la corriente que atraviesa la carga  $I_L$ .

El valor medio de tensión en bornes de la carga es:

$$[15] \quad V_{CC} = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\frac{5 \cdot \pi}{6}}^{\pi} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)$$

Por aditividad del valor medio:

$$[16] \quad V_{CC} = \overline{v_R} + \overline{v_L} + E = I_L \cdot R + 0 + E \quad \rightarrow \quad I_L = \frac{V_{CC} - E}{R}$$

Para la corriente que atraviesa el diodo tenemos que:

[17]

$$I_D = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\pi}^{\frac{7 \cdot \pi}{6}} \left\{ B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} \right\} \cdot d(\omega \cdot t) = \frac{3}{\pi} \cdot \left[ -B \cdot \tau \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} - \frac{E}{R} \cdot \omega \cdot t \right]_{\omega t = \pi}^{\omega t = \frac{7 \cdot \pi}{6}}$$

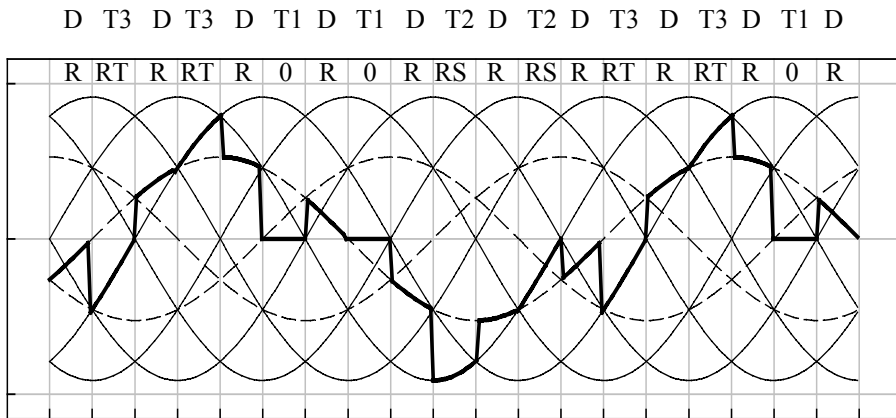


d) Representar razonadamente la tensión  $V_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$

Existen 4 posibilidades:

- 1) Conduce  $T_1 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_R = 0$
- 2) Conduce  $T_2 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_S = RS$
- 3) Conduce  $T_3 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_T = RT$
- 4) No conduce ningún tiristor  $\rightarrow V_{AK1} = v_R - 0 = R$

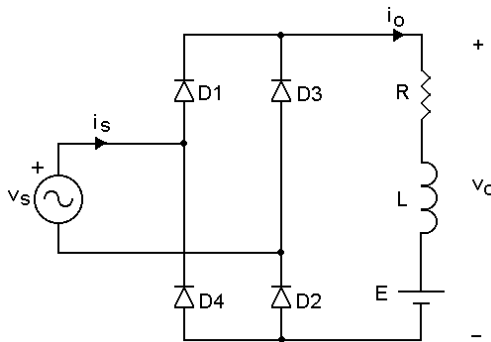
Cada una de las posibilidades queda representada en su intervalo adecuado en la figura.



2003. SEPTIEMBRE. P2 - I.I.

Sea el rectificador monofásico no controlado con carga RLE de la figura.

- Suponiendo que la corriente  $i_o(t)$  en la carga es continua, dibujar la forma de onda de la tensión en la carga,  $v_o(t)$ . Calcular el valor medio,  $V_O$ , de la tensión en la carga.
- Calcular los primeros coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $b_1$  del desarrollo en serie de Fourier (DSF) de  $v_o(t)$ . Dar una expresión aproximada de  $v_o(t)$ , truncando su DSF por el armónico fundamental ( $k=1$ ).
- Dar una expresión aproximada de  $i_o(t)$  a partir del DSF truncado de  $v_o(t)$ . Razonar la validez del truncamiento de  $i_o(t)$  por su fundamental para la carga del rectificador.
- A partir de la aproximación de  $i_o(t)$  realizada en c), deducir una expresión aproximada de la mínima inductancia necesaria en la carga,  $L_{\min}=L_{\min}(\omega, V_m, R, E)$ , para que la corriente  $i_o(t)$  sea continua. Calcular  $L_{\min}$  para:  $\omega=2\pi \cdot 50\text{Hz}$ ,  $V_m=311\text{V}$ ,  $R=10\Omega$  y  $E=180\text{V}$ .

**Datos:**

- Diodo ideales
- $v_s(t)=V_m \cdot \text{sen}(\omega t)$
- $0 < E < 2 \cdot V_m / \pi$
- Desarrollo en serie de Fourier de una función  $v(t)$ , T-periódica ( $\omega=2\pi/T=2\pi f$ ):

$$v(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 + \sum_{k=1,2,\dots}^{\infty} a_k \cdot \cos(k \cdot \omega t) + b_k \cdot \text{sen}(k \cdot \omega t) = V_0 + \sum_{k=1,2,\dots}^{\infty} V_k \cdot \cos(k \cdot \omega t + \phi_k)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} v(t) \cdot \cos(k \cdot \omega t) d(\omega t) \\ b_k = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} v(t) \cdot \text{sen}(k \cdot \omega t) d(\omega t) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 = \frac{1}{2} \cdot a_0 = \langle v(t) \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) dt \equiv \text{VALOR MEDIO} \\ V_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \\ \phi_k = \text{tg}^{-1} \left( -\frac{b_k}{a_k} \right) \end{array} \right.$$

$$\text{SIMETRÍA PAR } (v(t) = v(-t)) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b_k = 0 \quad ; \quad k \geq 1 \\ a_k = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} v(t) \cdot \cos(k \cdot \omega t) d(\omega t) \end{array} \right.$$

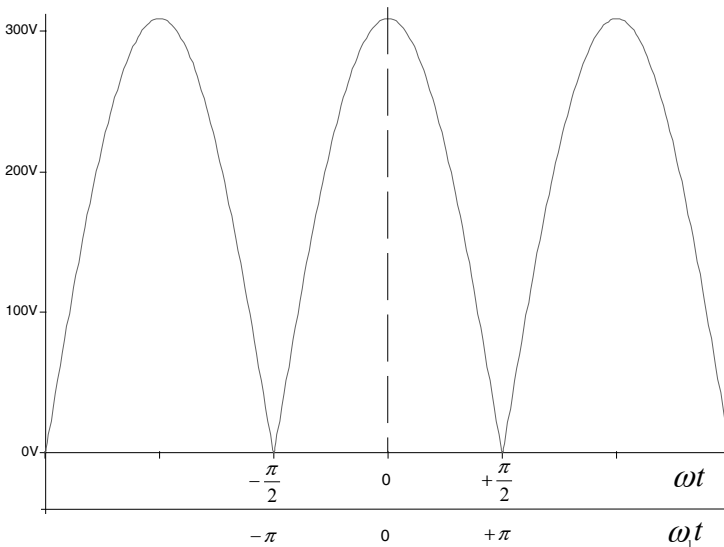
$$\int \text{sen}(a \cdot x) \cdot \cos(b \cdot x) dx = -\frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{\cos((a+b)x)}{a+b} + \frac{\cos((a-b)x)}{a-b} \right] + cte$$

**SOLUCIÓN**

- a) La figura 1 muestra el aspecto de la tensión de salida con la carga en conducción continua (dado que la corriente no se anula en ningún momento, siempre hay una pareja de diodos en conducción y por lo tanto no aparece ninguna secuencia en la que sólo se mide E en la carga).

Así pues, el valor medio será:

$$V_o = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} V_m \cos(\omega t) d\omega t = \frac{2}{\pi} V_m$$



*Fig.1. Tensión de salida del rectificador en conducción continua.*

- b) Para el cálculo del desarrollo en serie de Fourier (DSF) de la tensión de salida debe tenerse en cuenta que se trata de una forma de onda cuya frecuencia es el doble que la de red ( $\omega_1=2\omega$ ). En consecuencia, la frecuencia del armónico fundamental será  $\omega_1=2\omega$ , tal como se indica en los ejes angulares de la figura 1. Los primeros coeficientes del DSF quedan:

$$a_0 = 2V_o = \frac{4}{\pi} V_m$$

$$b_1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \cos(\omega t) \cos(\omega_1 t) d\omega_1 t = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \cos\left(\frac{\omega_1 t}{2}\right) \cos(\omega_1 t) d\omega_1 t = \\
 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m \left[ \cos\left(\frac{3}{2} \omega_1 t\right) + \cos\left(\frac{1}{2} \omega_1 t\right) \right] d\omega_1 t = \frac{4}{3} \frac{V_m}{\pi} = V_1
 \end{aligned}$$

De manera que, truncando el DSF por el fundamental se tiene:

$$v_o(t) \approx V_0 + V_1 \cos(\omega_1 t) = \frac{2}{\pi} V_m + \frac{4}{3} \frac{V_m}{\pi} \cos(2\omega t)$$

*NOTA:* Si se toma como origen uno de los cruces por cero de la tensión rectificadora, la onda también tiene simetría par, pero al calcular  $a_1$  aparece con signo negativo (esto es, el primer armónico estaría desfasado  $180^\circ$  respecto a esta solución, debido únicamente al origen adoptado).

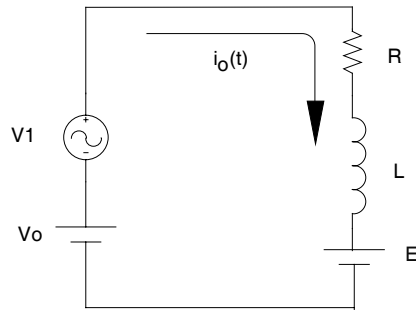
- c) La figura 2 muestra el circuito equivalente del rectificador que se va a utilizar para el cálculo de la corriente de salida. Puesto que el circuito es lineal, puede aplicarse superposición, resultando:

$$i_o(t) = I_o + I_1 \cos(2\omega t - \phi_1)$$

$$I_o = \frac{V_o - E}{R} = \frac{\frac{2}{\pi} V_m - E}{R} \quad (\text{Valor medio})$$

$$I_1 = \frac{V_1}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}} = \frac{\frac{4}{3} \frac{V_m}{\pi}}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}} \quad (1^{\text{er}} \text{ armónico})$$

$$\phi_1 = \tan^{-1} \frac{2\omega L}{R}$$

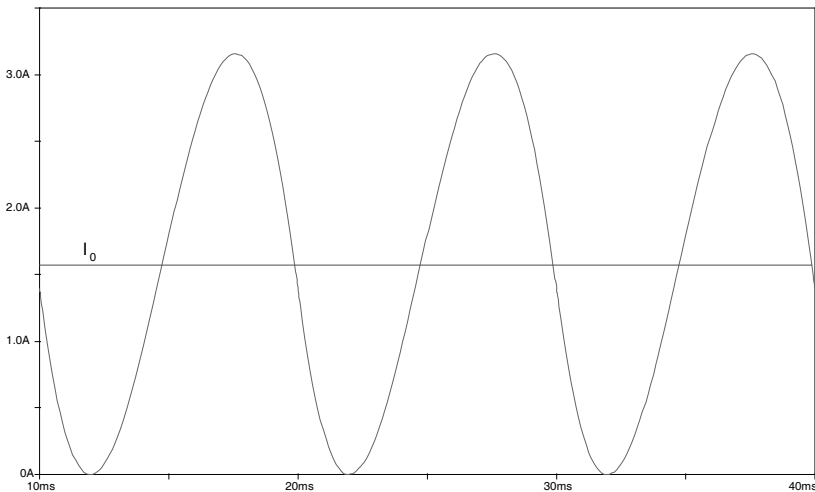


**Fig.2. Circuito equivalente para el cálculo de  $i_o(t)$**

En caso de no haber despreciado los armónicos de tensión de orden  $k > 1$  ( $V_k$ ), el valor del armónico  $k$ -ésimo de la corriente de salida se calcularía:

$$I_k = \frac{V_k}{\sqrt{R^2 + (k2\omega L)^2}}$$

Es decir, la impedancia de la carga es cada vez mayor para valores altos de  $k$  (filtro paso-bajo), lo que permite la aproximación propuesta en el enunciado. La figura 3 muestra la corriente de salida en el límite entre conducción continua y discontinua, dónde se puede apreciar claramente la validez de la aproximación.



**Fig.3. Corriente de salida y su valor medio.**

- d) Partiendo de la expresión truncada de la corriente, el valor mínimo de L que permite la conducción continua puede calcularse partiendo de la desigualdad:

$$I_o \geq I_1$$

$$\frac{\frac{2}{\pi} V_m - E}{R} \geq \frac{\frac{4}{3} \frac{V_m}{\pi}}{\sqrt{R^2 + (2\omega L)^2}}$$

de manera que, despejando L:

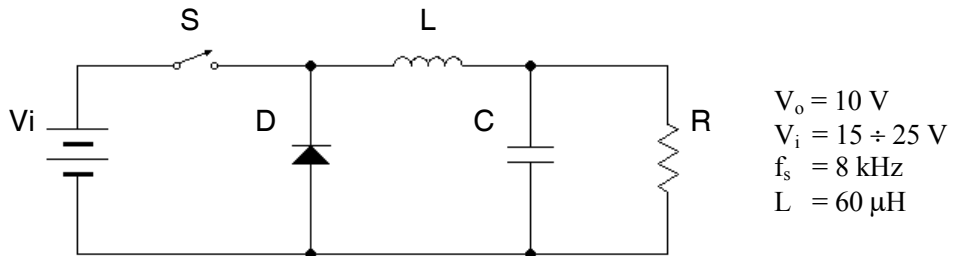
$$L \geq \frac{R}{2\omega} \sqrt{\frac{\left(\frac{4}{3} \frac{V_m}{\pi}\right)^2}{\left(\frac{2V_m}{\pi} - E\right)^2 - 1}}$$

---

2003. SEPTIEMBRE. P3 - I.I.

El convertidor de la figura suministra una tensión constante  $V_o=10V$  a una carga  $R$  cuyo consumo varía entre 5 y 30W. Sabiendo que el convertidor funciona en conducción discontinua en todo el rango de variación de la carga, se pide:

- Partiendo de las formas de onda de tensión y de corriente en  $L$ , deducir la expresión analítica del ciclo de trabajo en función de la corriente de carga,  $I_o$ .
- Calcular el rango de variación del ciclo de trabajo para que la tensión de salida se mantenga constante.





## SOLUCIÓN

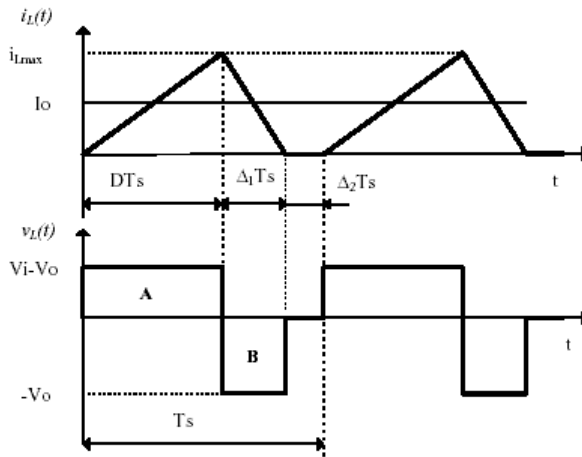
a) En régimen permanente, el valor medio de la tensión en L es cero, luego:

$$\text{Area } A = \text{Area } B$$

$$D \cdot T_s \cdot (V_i - V_o) = \Delta_1 \cdot T_s \cdot V_o \rightarrow \frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{D + \Delta_1}$$

Por otra parte:

$$I_{L \max} = \frac{V_i - V_o}{L} \cdot D \cdot T_s = \frac{V_o}{L} \cdot \Delta_1 \cdot T_s$$



Formas de onda en conducción discontinua

Dado que el valor medio de la corriente en C es cero (en régimen permanente), el valor medio de la corriente en L coincide con  $I_o$ . Así pues, se tiene:

$$I_o = \frac{1}{T_s} \cdot \left( \frac{I_{L \max}}{2} \cdot D \cdot T_s + \frac{I_{L \max}}{2} \cdot \Delta_1 \cdot T_s \right)$$

$$I_o = \frac{I_{L \max}}{2} \cdot (D + \Delta_1) = \frac{V_o}{2 \cdot L} \cdot \Delta_1 \cdot T_s \cdot (D + \Delta_1)$$

$$I_o = \frac{V_i \cdot D}{2 \cdot L \cdot (D + \Delta_1)} \cdot \Delta_1 \cdot T_s \cdot (D + \Delta_1) = \frac{V_i \cdot D \cdot T_s}{2 \cdot L} \cdot \Delta_1$$

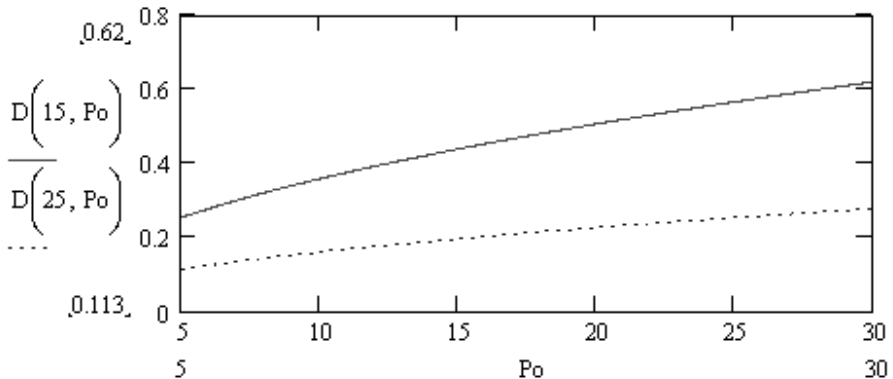
$$\rightarrow \Delta_1 = \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{V_i \cdot D \cdot T_s}$$

Operando con las expresiones anteriores se deduce:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{D}{D + \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{V_i \cdot D \cdot T_s}} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{V_i \cdot T_s}}$$

$$V_o \cdot \left( D^2 + \frac{2 \cdot L \cdot I_o}{V_i \cdot T_s} \right) = V_i \cdot D^2 \Rightarrow D = \sqrt{\frac{2 \cdot L \cdot I_o \cdot V_o}{V_i \cdot T_s \cdot (V_i - V_o)}}$$

- b) La función  $D(V_i, I_o = \text{constante})$  es monótona decreciente, por lo que basta con estudiar los casos extremos (15V y 25V). A continuación se muestra la evolución del ciclo de trabajo en función de la carga,  $P_o = V_o I_o$ :



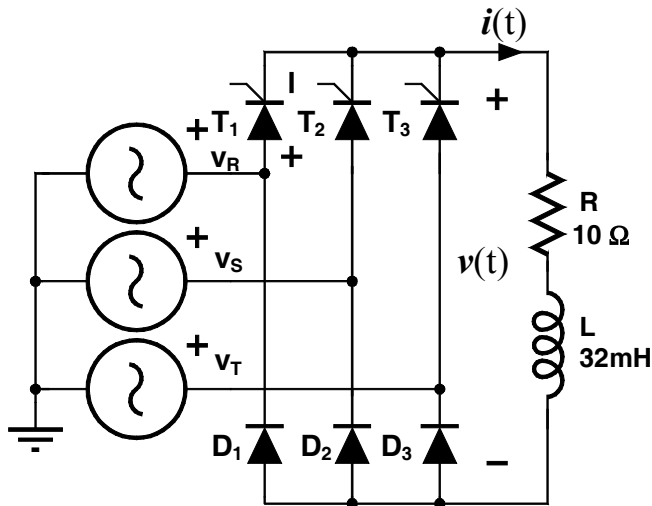
<b>D</b>	$V_i = 15 \text{ V}$	$V_i = 25 \text{ V}$
$P_o = 5 \text{ W}$	0,253	0,113
$P_o = 30 \text{ W}$	0,62	0,277

En definitiva, el rango de variación del ciclo de trabajo es:

$$\mathbf{D \in [0.113, 0.62]}$$

2004. JUNIO. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico semicontrolado de onda completa que alimenta a una carga óhmico-inductiva RL.



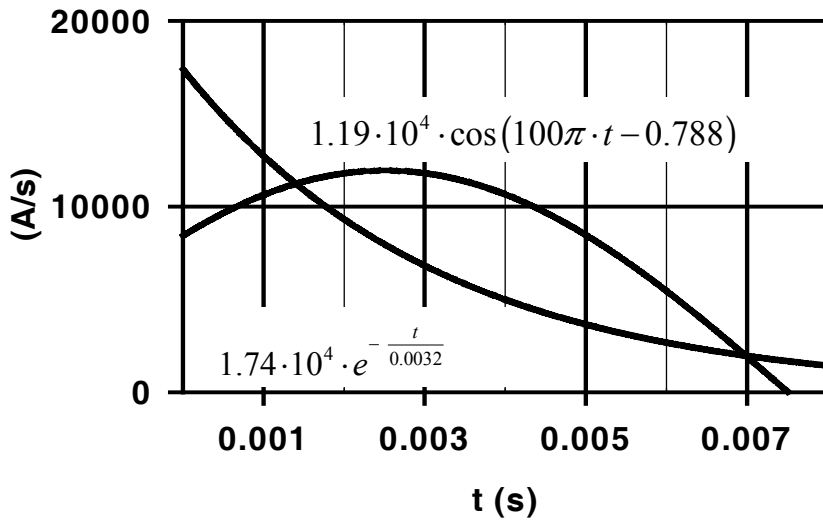
Sabiendo que opera en régimen estacionario, con un ángulo de disparo  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ , se pide:

- Deducir el valor medio de tensión en bornes de la carga.
- Deducir la máxima corriente instantánea que atraviesa la carga (valor de pico).
- Representar la tensión ánodo-cátodo del diodo D1,  $V_{AK1}$ .
- Deducir el valor medio de corriente que atraviesa al tiristor T1. (25%)

**Datos:**

Considere que los semiconductores son ideales

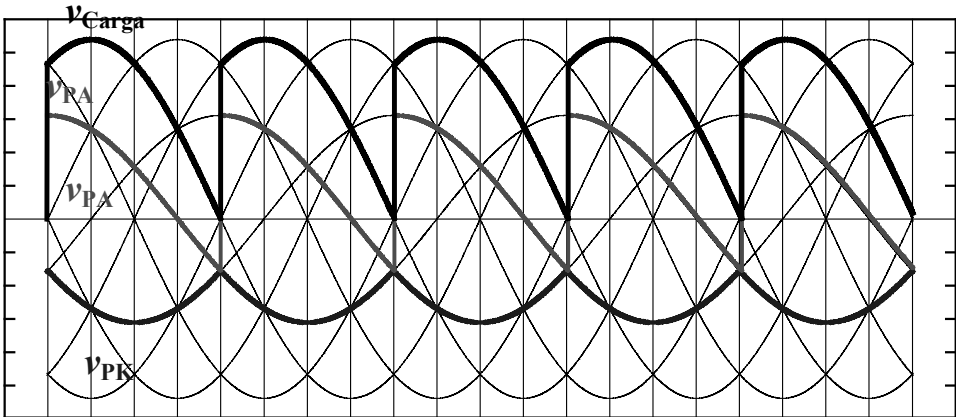
$|V_{RN}|=|V_{SN}|=|V_{TN}|= 220 \text{ V}_{ef} @ 50 \text{ Hz}$  (Red de distribución de energía eléctrica)



**SOLUCIÓN**

a) Deducir el valor medio de tensión en bornes de la carga.

Podemos deducir el valor de tensión en la carga sin más que representar, respecto de neutro, la tensión del rectificador polianódico (tiristores) y del policatódico (diodos) y obtener la diferencia entre ambas tensiones. La figura queda tal y como se observa a continuación:



La tensión media en bornes de la carga será:

$$[1] \quad V_{CC} = \frac{1}{2\pi/3} \cdot \int_{-\pi/6}^{\pi/2} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t) = 385.95$$

b) Deducir la máxima corriente instantánea que atraviesa la carga (valor de pico).

Quando conduce un tiristor la tensión de red se reparte entre los componentes de la carga y podemos escribir:

$$[2] \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_R(t) + v_L(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

Solución particular (Régimen estacionario senoidal):

$$[3] \quad i_p(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde} \quad I = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 38$$

$$\text{y} \quad \varphi = \text{arctg} \frac{\omega L}{R} = 0.788$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[4] \quad i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde } \tau = \frac{L}{R} = 0.0032$$

Solución general:

$$[5] \quad i(t) = i_p(t) + i_H(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi)$$

Condiciones de contorno:

$$[6] \quad i\left(\frac{\pi}{3 \cdot \omega}\right) = A \cdot e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \omega \tau}} + I \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) = I_0 \quad \text{Inicio de la conducción}$$

$$[7] \quad i\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = A \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) = I_0 \quad \text{Inicio} + \frac{2 \cdot \pi}{3 \cdot \omega}$$

Restando [6]-[7], podemos obtener el valor de A y el de  $I_0$ :

$$[8] \quad A = \frac{I \cdot \left[ \text{sen}\left(\frac{\pi}{3} - \varphi\right) - \text{sen}(\pi - \varphi) \right]}{e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} - e^{-\frac{\pi}{3 \cdot \omega \tau}}} = 55.693$$

$$[9] \quad I_0 = 29.391$$

Por lo que, queda determinada la expresión de  $i(t)$ , que alcanza su máximo cuando la derivada es cero:

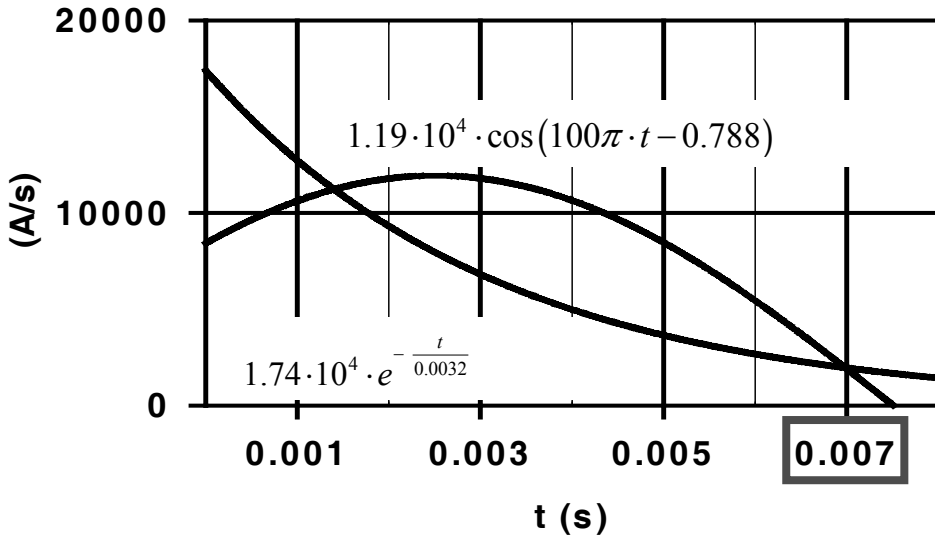
$$[10] \quad \frac{di(t)}{dt} = I \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) - \frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Substituyendo valores en la función derivada:

$$[11] \quad \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t_0} = 0 = I \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t_0 - \varphi) - \frac{1}{\tau} \cdot A \cdot e^{-\frac{t_0}{\tau}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.19 \cdot 10^4 \cdot \cos(100\pi \cdot t_0 - 0.788) - 1.74 \cdot 10^4 \cdot e^{-\frac{t_0}{0.0032}} = 0$$

Lo que sucede en  $t_0 = 0.007$

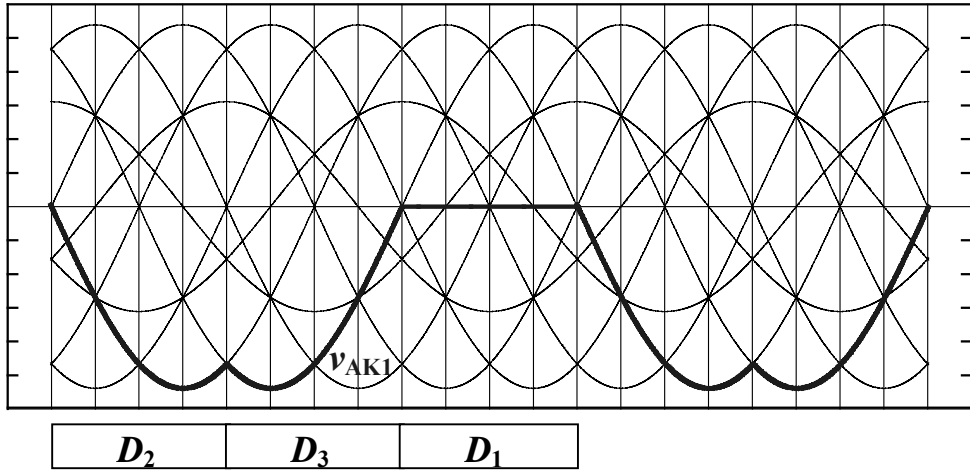


Para dicho instante la corriente alcanza su valor máximo:

$$[12] \quad I_{MAX} = i(t_0) = A \cdot e^{-\frac{t_0}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t_0 - \varphi) = 43.769$$

c) Representar la tension ánodo-cátodo del diodo D1,  $V_{AK1}$ . (25%)

Durante el intervalo que conduce el diodo D<sub>2</sub> la tensión  $v_{AK1}$  será  $v_R - v_S$ , cuando lo haga el diodo D<sub>3</sub> la tensión  $v_{AK1}$  será  $v_R - v_T$  y cuando conduzca el diodo D<sub>1</sub> la tensión en el será cero, al considerarse el diodo ideal. Así pues, lo que hay que hacer es determinar cual es el intervalo de conducción de cada diodo, representado la tensión  $v_{AK1}$  correspondiente, tal y como se aparece en la figura siguiente:



- e) Deducir el valor medio de corriente que atraviesa al tiristor T1. (25%)

El tiristor conduce durante la tercera parte del tiempo, por lo que su corriente media coincidirá con la corriente media que atraviesa la carga dividida por 3. Puesto que el rectificador opera en régimen estacionario la tensión media en la bobina es cero y, en consecuencia, el valor medio en la carga coincide con el valor medio de la tensión en la resistencia, cuyo valor coincide con el valor medio de la corriente multiplicado por R (por ley de Ohm). En consecuencia:

$$[13] \quad V_{CC} = \overline{v_L} + \overline{v_R} = 0 + (I \cdot R) = 385.95 \quad \Rightarrow \quad I = \frac{V_{CC}}{R} = 38.56$$

$$[14] \quad I_{D1} = \frac{I}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{V_{CC}}{R} = 12.87$$



2004. JUNIO. P2 - I.I.

---

Un convertidor **DC-DC Buck** suministra una tensión de salida  $V_o$  **variable** (que el usuario ajusta actuando sobre el ciclo de trabajo,  $D$ , del convertidor) a partir de una tensión de entrada  $V_i$  **constante**. El rango de variación de la tensión de salida está comprendido entre **5V y 15V**, siendo la tensión de entrada  $V_i=24V$ . La frecuencia de conmutación es  $f_s=100kHz$ . Sabiendo que la corriente solicitada por la carga puede variar entre **5A y 10A**, sin que su valor dependa de la tensión de salida, se pide calcular:

- 1) El valor mínimo de la inductancia,  $L_{min}$ , que asegura conducción continua en todo el rango de variación de  $V_o$  e  $I_o$ .
  - 2) La expresión analítica del pico de corriente en el transistor,  $I_{SP}$ , en función de  $V_o$  e  $I_o$ , con  $L \geq L_{min}$ . Valor máximo de  $I_{SP}$  con las variaciones de  $V_o$  e  $I_o$  descritas y  $L=L_{min}$ .
  - 3) La expresión analítica del valor medio de la corriente en el diodo,  $I_{D-AV}$ , en función de  $V_o$  e  $I_o$ , con  $L \geq L_{min}$ . Valor máximo de  $I_{D-AV}$  con las variaciones de  $V_o$  e  $I_o$  descritas y  $L=L_{min}$ .
-

**SOLUCIÓN**

1) El valor mínimo de L que asegura conducción continua se obtiene a partir de las formas de onda que muestra la figura 1, resultando:

$$L_{\min}(V_o, V_i, I_o) = \frac{T_s}{2I_o} V_o \left( 1 - \frac{V_o}{V_i} \right)$$

El valor de  $L_{\min}$  solicitado que garantiza conducción continua con las variaciones descritas será el máximo de la función  $L_{\min}(V_o, I_o, V_i)$ . En el caso de variaciones de  $I_o$ , el máximo de  $L_{\min}$  se obtiene para la mínima corriente de carga ( $I_{o-\min}=5A$ ). La figura 2 muestra la evolución de  $L_{\min}$  ante variaciones de  $V_o$ . La curva alcanza un máximo en  $V_o=V_i/2=12V$ , valor que se encuentra dentro del rango de variación descrito, por lo que éste será el valor que corresponde al máximo de  $L_{\min}$  buscado.

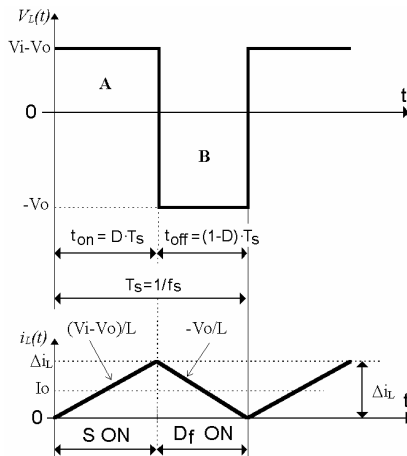


Fig.1. Formas de onda de  $v_L(t)$  e  $i_L(t)$  en el límite entre CC y CD.

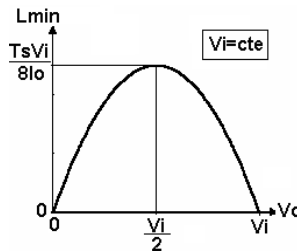


Fig.2.  $L_{\min}(V_o)$  con  $I_o$  y  $V_i$  constantes.

$$\frac{\partial L_{\min}}{\partial V_o} = \frac{T_s}{2I_o} \left( 1 - \frac{2V_o}{V_i} \right) = 0$$

Condición de máximo:  $V_o = \frac{V_i}{2} = 12V$

$$L_{\min} \Big|_{V_o = \frac{V_i}{2}, I_o = I_{o-\min}} = \frac{T_s V_i}{8 I_{o-\min}} = \frac{V_i}{8 f_s I_{o-\min}} = 6 \mu H$$

- 2) El valor de pico de la corriente en el transistor coincide con el pico de  $i_L(t)$ . Por otra parte, si  $L \geq L_{\min}$ , el convertidor está en conducción continua, por lo que el valor de pico solicitado se puede obtener como:

$$I_{SP} = I_{LP} = I_o + \frac{\Delta i_L}{2} = I_o + \frac{1}{2 L f_s} \frac{V_o}{V_i} (V_i - V_o)$$

Con un máximo que se produce cuando  $V_o = V_i/2 = 12V$  e  $I_o = I_{o-\max} = 10A$ .

Así pues, considerando  $L = L_{\min}$ :

$$I_{SP-\max} = I_{o-\max} + \frac{V_i}{8 L_{\min} f_s} = 15A$$

- 3) Con  $L \geq L_{\min}$ , el convertidor está en conducción continua. En esas condiciones, el valor medio de la corriente en el diodo puede expresarse como:

$$I_{D-AV} = \frac{1}{T_s} \int_{DT_s}^{T_s} i_L(t) dt = I_o (1 - D) = I_o \left( 1 - \frac{V_o}{V_i} \right)$$

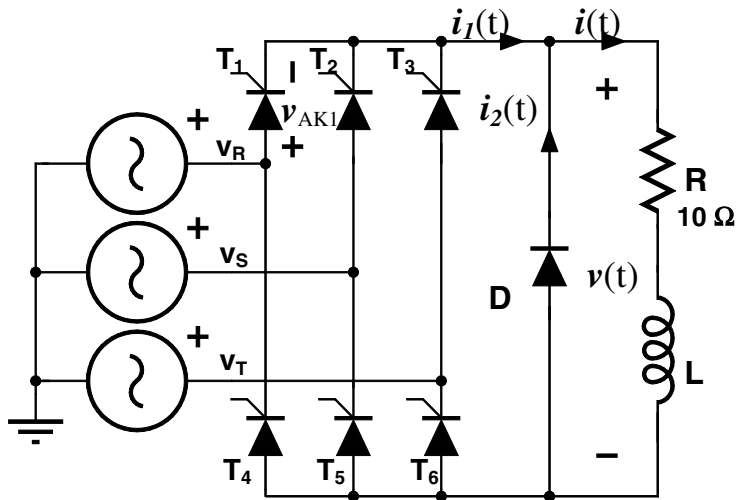
donde la integral ha sido resuelta calculando el área del trapecio encerrado por la curva  $i_L(t)$  en el intervalo descrito. Dicha área es equivalente a la del rectángulo de formado por  $I_o$  en el mismo intervalo. Finalmente, su valor máximo es:

$$I_{D-AV-\max} = I_{o-\max} \left( 1 - \frac{V_{o-\min}}{V_i} \right) = 7,9A$$

Puede verse que  $I_{D-AV}$  es independiente de  $L$  en conducción continua.

2004. SEPTIEMBRE. P1 - I.I.

El circuito de la figura es un rectificador trifásico controlado que alimenta a una carga RL. Se encuentra funcionando en régimen permanente. El ángulo de disparo es  $\alpha = \pi/2$ .

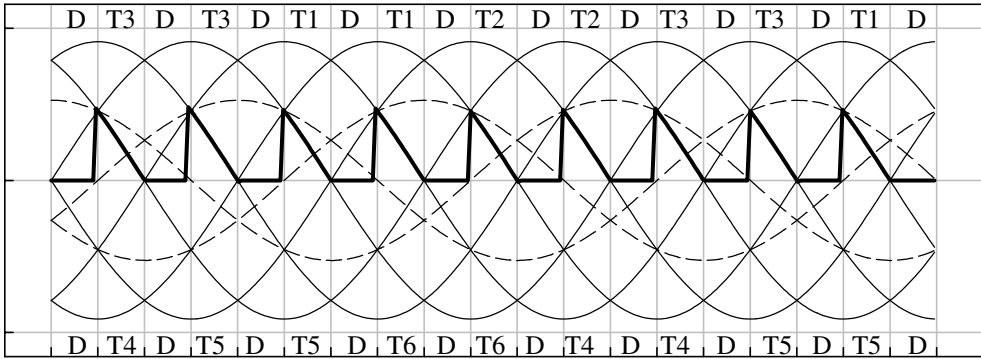


Se pide:

- Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .
- Representar razonadamente la tensión  $v_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$ .  
(Nota: Se puede suponer que cuando se encuentran en bloqueo los tiristores  $T_{1..6}$  presentan una elevada impedancia  $Z_{1,OFF..6,OFF} \rightarrow \infty$  que es idéntica para todos ellos. Teniendo en cuenta esta consideración, cuando  $T_1$ ,  $T_2$  y  $T_3$  se encuentran en bloqueo simultáneamente, el cátodo común permanece a cero voltios, tal y como establece Millman).
- Obtener el valor medio de la tensión en bornes de la carga y el valor medio de la corriente que atraviesa la carga.
- Determinar el valor de la bobina  $L$  que lleva a la carga a presentar *conducción límite* (situación frontera entre el modo de conducción continua, en el que la corriente no cesa a través de la carga, y el modo de conducción discontinua).  
(Nota: Se puede asumir que  $e^{-5} \approx 0$ ).
- Para el caso de *conducción límite* a través de la carga, determinar la expresión matemática de la corriente  $i(t)$ .

**SOLUCIÓN**

a) Representar (indicando claramente los intervalos de conducción de cada semiconductor) la tensión en bornes de la carga  $v(t)$ .



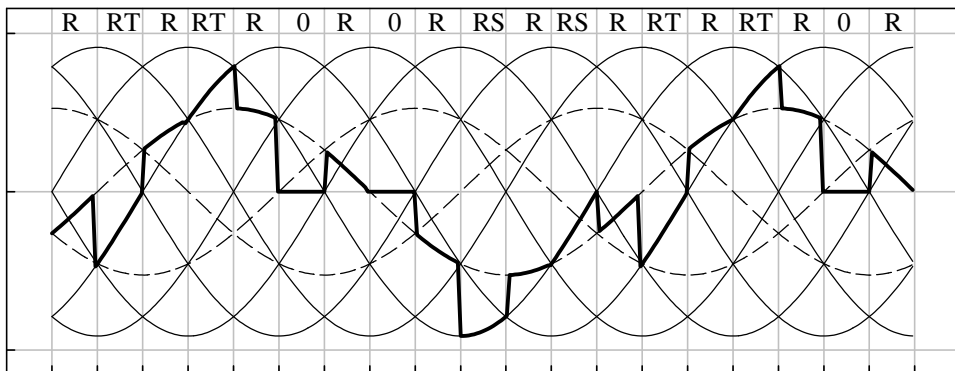
b) Representar razonadamente la tensión  $v_{AK1}$  en bornes del tiristor  $T_1$

Existen 4 posibilidades:

- 1) Conduce  $T_1 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_R = 0$
- 2) Conduce  $T_2 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_S = R_S$
- 3) Conduce  $T_3 \rightarrow V_{AK1} = v_R - v_T = R_T$
- 4) No conduce ningún tiristor  $\rightarrow V_{AK1} = v_R - 0 = R$

Cada una de las posibilidades queda representada en su intervalo adecuado en la figura.

D T3 D T3 D T1 D T1 D T2 D T2 D T3 D T3 D T1 D



- c) Obtener el valor medio de la tensión en bornes de la carga y el valor medio de la corriente que atraviesa la carga.

El valor medio de tensión en bornes de la carga es:

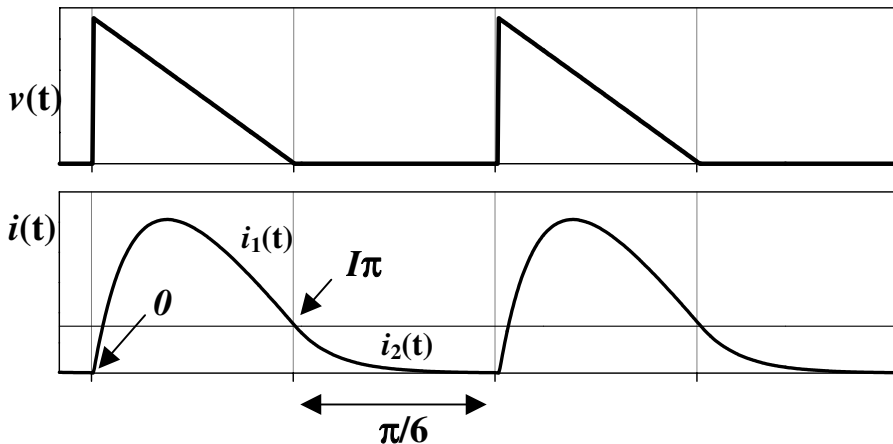
$$[1] \quad V_{CC} = \frac{1}{\pi/3} \cdot \int_{\frac{5\pi}{6}}^{\pi} \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot d(\omega \cdot t)$$

Por aditividad del valor medio:

$$[2] \quad V_{CC} = \overline{v_R} + \overline{v_L} = I_L \cdot R + 0 \quad \rightarrow \quad I_L = \frac{V_{CC}}{R}$$

- d) Determinar el valor de la bobina L que lleva a la carga a presentar *conducción límite*.

En la situación límite la corriente parte de cero al iniciar la excitación. Cuando llega el momento en que la tensión en la carga RL cruza por cero se activa el diodo. A partir de ese instante la tensión en bornes de la carga RL es cero y, por lo tanto, la corriente que atravesaba la bobina se “descarga” siguiendo una ley exponencial. Lo descrito puede representarse gráficamente en la siguiente figura.



La descarga exponencial llega (tal y como se nos indica en la nota) al cabo de  $5\tau$ , por lo que:

$$[3] \quad 5 \cdot \tau = 5 \cdot \left( \frac{L}{R} \right) = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\omega} \rightarrow \quad L = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{R}{5}$$

- e) Para el caso de *conducción límite* a través de la carga, determinar la expresión matemática de la corriente  $i(t)$

Cuando funciona el rectificador la tensión de red se reparte entre los componentes de la carga y podemos escribir:

$$[4] \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = v_R(t) + v_L(t) = R \cdot i_1(t) + L \cdot \frac{di_1(t)}{dt} \quad \text{Ec. Dif.}$$

Solución particular (Régimen estacionario senoidal):

$$[5] \quad i_{p1}(t) = I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) \quad \text{donde} \quad I = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} = 38 \text{ A}$$

$$\text{y} \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{R} = 0.79$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[6] \quad i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{donde} \quad \tau = \frac{L}{R} = 0.0032 \text{ s}$$

Solución general:

$$[7] \quad i_1(t) = i_{p1}(t) + i_{H1}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi)$$

Condiciones de contorno para la conducción del rectificador:

$$[8] \quad i_1 \left( \frac{\pi + \frac{\pi}{2}}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{5 \cdot \pi}{6 \cdot \omega \tau}} + I \cdot \text{sen} \left( \frac{5 \cdot \pi}{6} - \varphi \right) = 0$$

Inicio del intervalo

$$[9] \quad i_1 \left( \frac{\pi}{\omega} \right) = A \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} + I \cdot \text{sen}(\pi - \varphi) = I_\pi$$

Instante en que  $V < 0$

A partir de ese instante el diodo D comienza a conducir y se establece la siguiente expresión:

$$[10] \quad 0 = v_R(t) + v_L(t) = R \cdot i_2(t) + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} \quad \text{Ec. diferencial}$$

Solución particular (Régimen estacionario de continua):

$$[11] \quad i_{p2}(t) = \frac{0}{R} = 0$$

Solución homogénea (Ecuación diferencial ordinaria de 1<sup>er</sup> orden):

$$[12] \quad i_{H2}(t) = A' \cdot e^{\frac{t}{\tau}} = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} \quad \text{donde } B = A' \cdot e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}}$$

Solución general:

$$[13] \quad i_2(t) = i_{p2}(t) + i_{H2}(t) = B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}}$$

Condiciones de contorno para la conducción del diodo:

$$[14] \quad i_2\left(\frac{\pi}{\omega}\right) = B = I_\pi \quad \text{Inicio del intervalo}$$

$$[15] \quad i_2\left(\frac{7 \cdot \pi}{6 \cdot \omega}\right) = B \cdot e^{-\frac{7 \cdot \pi - 6 \cdot \pi}{6 \cdot \omega \tau}} = 0 \quad \rightarrow \quad e^{-\frac{\pi}{6 \cdot \omega \tau}} = e^{-5} \neq 0 \quad \text{Fin del intervalo}$$

De [8] se obtiene A.

De [9] se obtiene  $I_\pi$  y de [14] se obtiene B.

Nos quedará:

$$[16] \quad i(t) = \begin{cases} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + I \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi) & \omega \cdot t \in \left[\frac{5 \cdot \pi}{6}, \pi\right] \\ B \cdot e^{-\frac{\omega t - \pi}{\omega \tau}} & \omega \cdot t \in \left[\pi, \frac{7 \cdot \pi}{6}\right] \\ \frac{\pi}{3} \text{ periodica} & \end{cases}$$


---



2004. SEPTIEMBRE. P2 - I.I.

---

Un convertidor **DC-DC Boost** suministra una tensión de salida  $V_o$  **constante** a partir de una tensión de entrada  $V_i$  **variable**. El rango de variación de la tensión de entrada está comprendido entre **12V y 20V**, siendo la tensión de salida  $V_o=24V$ . La frecuencia de conmutación es  $f_s=100kHz$  y la capacidad de salida es  $C=1mF$ . Sabiendo que la corriente solicitada por la carga puede variar entre **2A y 5A**, sin que su valor dependa de la tensión de entrada, se pide calcular:

- 1) El valor mínimo de la inductancia,  $L_{min}$ , que asegura conducción continua en todo el rango de variación de  $V_i$  e  $I_o$ .
  - 2) La expresión analítica del valor medio de la corriente en el diodo,  $I_{D-AV}$ , con  $L \geq L_{min}$ . Valor máximo de  $I_{D-AV}$  en todo el rango de funcionamiento descrito y  $L=L_{min}$ .
  - 3) La expresión analítica del rizado de la tensión de salida,  $\Delta V_{o-pp}$ , en función de  $V_i$  e  $I_o$  con  $L \geq L_{min}$ . Valor máximo de  $\Delta V_{o-pp}$  en todo el rango de funcionamiento descrito con  $L=L_{min}$ .
-

**SOLUCIÓN**

1) El valor mínimo de L que asegura conducción continua se obtiene a partir de las formas de onda que muestra la figura 1, resultando:

$$L_{\min}(V_o, V_i, I_o) = \frac{T_s}{2I_o} \frac{V_i^2}{V_o} \left(1 - \frac{V_i}{V_o}\right)$$

El valor de  $L_{\min}$  solicitado que garantiza conducción continua con las variaciones descritas será el máximo de la función  $L_{\min}(V_o, I_o, V_i)$ . En el caso de variaciones de  $I_o$ , el máximo de  $L_{\min}$  se obtiene para la mínima corriente de carga ( $I_{o-\min}=2A$ ).

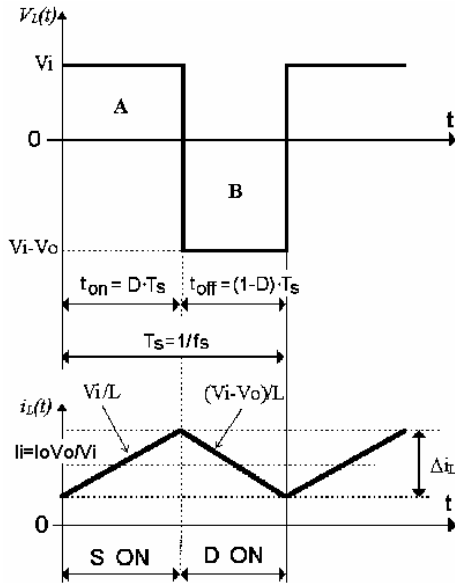


Fig.1. Formas de onda de  $v_L(t)$  e  $i_L(t)$  en el límite entre CC y CD.

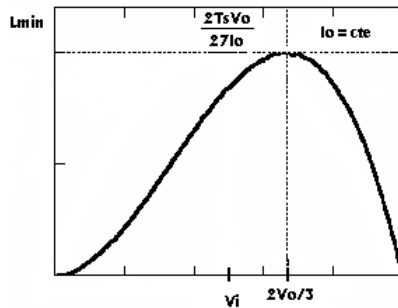


Fig.2.  $L_{\min}(V_i)$  con  $I_o$  y  $V_o$  constantes.

La figura 2 muestra la evolución de  $L_{\min}$  ante variaciones de  $V_o$ . La curva alcanza un máximo en  $V_i=2V_o/3=16V$ , valor que se encuentra dentro del rango de variación descrito, por lo que éste será el valor que corresponde al máximo de  $L_{\min}$  buscado.

$$\frac{\partial L_{\min}}{\partial V_o} = \frac{T_s}{2I_o V_o} \left( 2V_i - \frac{3V_i^2}{V_o} \right) = 0$$

Condición de máximo:  $V_o = \frac{2V_i}{3} = 16V$

$$L_{\min} \Big|_{V_i=\frac{2V_o}{3}, I_o=I_{o-\min}} = \frac{2T_s V_o}{27I_{o-\min}} = 8,9\mu H$$

- 2) El valor medio de la corriente en el diodo es la de carga,  $I_{D-AV}=I_o$ , luego su valor máximo es 5A, independientemente de las variaciones de  $V_i$  y del valor de L.
- 3) El rizado de tensión en el condensador puede expresarse:

$$\Delta V_{o-pp} = \frac{I_o}{Cf_s} \left( 1 - \frac{V_i}{V_o} \right)$$

El máximo rizado se obtiene para  $V_i=V_{i-\min}$  e  $I_o=I_{o-\max}=5A$ , siendo independiente del valor de L. Así pues:

$$\Delta V_{o-pp-\max} = 25mV$$



## CAPÍTULO

# 2

## Colección de test de examen

### Examen Electrónica Industrial. Junio 2001

### TEST (30%)

#### NOTAS:

- 1) *Contestar 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*
- 2) *Cada dos preguntas erróneas restan una pregunta acertada.*

- 1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador controlado, aplicando una tensión positiva y siendo  $E > 0$ . Si la corriente de carga pasa de conducción continua a discontinua sin variar el ángulo de disparo:
  - A. Puede ser debido a que el valor de  $E$  haya disminuído.
  - B. La tensión media en la carga variará en función del valor de  $E$ .
  - C. Puede ser debido a que la corriente media en la carga haya aumentado.
  - D. La tensión media de salida se hace independiente de la carga.
- 2) Una diferencia entre un rectificador trifásico de media onda y uno de onda completa es:
  - A. Que el rizado de la tensión de salida es menor en el de onda completa.
  - B. Que la frecuencia del rizado de la tensión de salida es el doble en el de media onda.
  - C. Que la tensión media de salida es mayor en el de media onda.
  - D. Que el rizado de la tensión de salida es más difícil de filtrar en el de onda completa.

- 3) Una diferencia entre un rectificador de onda completa controlado y uno no-controlado es:
- A. Que el no-controlado puede funcionar como inversor, al menos transitoriamente.
  - B. Que en el controlado la tensión media de salida no depende de que la carga esté en conducción continua o discontinua.
  - C. Que el no-controlado siempre funciona en conducción continua con carga resistiva.
  - D. Que con el no-controlado la tensión instantánea de salida puede ser negativa.
- 4) En un rectificador controlado con carga RLE genérica, respecto al ángulo de disparo máximo en conducción continua (o crítico):
- A. No es necesario tenerlo en cuenta para el cálculo de la tensión media de salida si es seguro que la carga está en conducción continua.
  - B. Con carga inicialmente en conducción continua si se aumenta el ángulo de disparo superando al crítico, el valor instantáneo de la tensión de salida será nulo en ciertos intervalos de tiempo, de manera que su valor medio será menor que para ángulos menores que el crítico.
  - C. Para ángulos mayores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida menor con carga resistiva que con carga fuertemente inductiva en conducción continua.
  - D. Con una carga resistiva de valor  $R$ , para ángulos menores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida que depende de  $R$ .
- 5) En un rectificador controlado, el funcionamiento como inversor:
- A. Ocurre cuando la carga es un inversor monofásico.
  - B. Ocurre, transitoriamente, cuando la corriente de carga cambia de sentido.
  - C. Ocurre con cargas resistivas para ángulos de disparo que superen los  $90^{\circ}$ .
  - D. Ocurre cuando la polaridad de la tensión de salida se hace negativa.
- 6) La existencia de inductancias de línea en un rectificador:
- A. Empeora el factor de potencia del convertidor, al darle carácter inductivo.
  - B. Hace que la tensión media de salida sea mayor que sin ellas.

- C. Mejora (disminuye) la tasa de distorsión armónica de la corriente de línea, lo que se traduce en una mejora del factor de potencia.
- D. No influye en la forma de onda de las corrientes en los diodos o tiristores, aunque hace que la tensión de salida sea menor que sin ellas.
- 7) Los valores eficaces de los armónicos distintos del fundamental de la corriente de línea de un rectificador, suponiendo una carga fuertemente inductiva en conducción continua, de valor  $I_o = \text{constante}$ :
- A. Aumentan al aumentar la inductancia de la línea.
  - B. Disminuyen a medida que aumenta su frecuencia.
  - C. Si no hay inductancia de línea, dependen del ángulo de disparo.
  - D. Dependen de la tensión eficaz de línea.
- 8) Un rectificador en puente semicontrolado:
- A. Da una tensión media de salida mayor que uno totalmente controlado con el mismo ángulo de disparo.
  - B. Si la red es de 50Hz, el rizado de salida es de 300Hz.
  - C. Permite el funcionamiento como inversor.
  - D. Es más difícil de construir que uno totalmente controlado.
- 9) En un regulador de alterna monofásico con dos tiristores en antiparalelo y carga RL serie:
- A. Cada tiristor se dispara a 100Hz si la red es de 50Hz.
  - B. El ángulo de disparo debe ser menor que el ángulo de la carga para trabajar como regulador.
  - C. El ángulo de extinción sólo depende de los valores de R y L.
  - D. Si el ángulo de disparo es mayor que el de la carga, la corriente en la carga es discontinua, presentando intervalos de valor nulo.
- 10) Un regulador de alterna monofásico:
- A. Con carga resistiva pura la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.
  - B. Con carga RL serie el valor eficaz de la tensión de salida es mayor que con carga R para el mismo ángulo de disparo.

- C. Con carga RL el ángulo de extinción es menor que con carga R.
  - D. Con carga resistiva pura el valor eficaz de la tensión de salida depende del valor de R.
- 11) En un convertidor DC-DC Buck:
- A. En conducción continua la tensión de salida depende de la carga.
  - B. En conducción discontinua si la corriente de carga disminuye aumenta la tensión de salida, a menos que se varíe el ciclo de trabajo para mantenerla fija.
  - C. El rizado de corriente en el inductor disminuye si disminuye la frecuencia de conmutación.
  - D. Al aumentar la frecuencia de conmutación, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción discontinua.
- 12) En convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. Si al aumentar el valor del inductor se pasa a conducción continua, puede conseguirse que la tensión de salida sea independiente de la carga.
  - B. Si trabajan en conducción discontinua, la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo.
  - C. Reducir tensión de salida significa reducir corriente de salida y viceversa.
  - D. Al aumentar la frecuencia de conmutación aumenta el tamaño de los filtros ( $L$ 's y  $C$ 's) si se quiere mantener los mismos valores de rizado.
- 13) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente de entrada en un Boost es pulsante.
  - B. La tensión de salida de un Buck puede superar a la de un Boost con la misma tensión de entrada.
  - C. La corriente de entrada en un Buck es pulsante.
  - D. Cuanto mayor es la capacidad de salida, mayor el rizado de la tensión de salida.
- 14) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. La frecuencia de conmutación de los transistores debe ser la mitad que la del fundamental de la onda de tensión que se quiere aplicar a la carga.



- B. Se puede disparar los 4 transistores a la vez en determinados instantes si se pretende conseguir modulación por cancelación de tensión (pasos por cero).
  - C. El valor eficaz de tensión de salida es diferente si la carga es resistiva pura o RL serie.
  - D. Son necesarios diodos en antiparalelo con los transistores si las cargas son reactivas.
- 15) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. Se puede regular el valor eficaz de la onda de salida variando la frecuencia de conmutación.
  - B. Se puede reducir la tasa de distorsión armónica de la tensión de salida mediante ciertas estrategias de disparo de los transistores de potencia.
  - C. El valor eficaz de la tensión de salida es independiente de la tensión DC de entrada.
  - D. La tasa de distorsión armónica ( $DAT_V(\%)$ ) de la tensión de salida depende de la tensión DC de entrada.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-B
- 2-A
- 3-C
- 4-A
- 5-D
- 6-C
- 7-B
- 8-A
- 9-D
- 10-B
- 11-B
- 12-A
- 13-C
- 14-D
- 15-B

**Examen Electrónica Industrial. Septiembre 2001**

**TEST (30%)**

**NOTAS:**

- 3) *Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*
  - 4) *Cada dos preguntas erróneas restan una pregunta acertada.*
- 
- 1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico controlado, aplicando una tensión positiva de 300V y siendo  $E=50V$ ,  $R=1\Omega$ . En esas condiciones el valor medio de la corriente en la carga debe ser de:
    - A. No se puede calcular sin conocer el ángulo de disparo.
    - B. 300A.
    - C. 250A.
    - D. No se puede calcular si no se sabe si la carga está en conducción continua o discontinua.
  - 2) Una diferencia entre un rectificador de media onda y uno de onda completa es:
    - A. Que el rizado de la tensión de salida es mayor en el de onda completa.
    - B. Que en el de media onda la tensión media de salida no puede ser negativa.
    - C. Que la tensión media de salida es mayor en el de media onda.
    - D. Que las corrientes de línea tienen valor medio no nulo en el de media onda.
  - 3) Una diferencia entre un rectificador controlado y uno no-controlado es:
    - A. Que el no-controlado puede funcionar como inversor si la carga lo permite.
    - B. Que en el controlado la tensión media de salida no depende de que la carga esté en conducción continua o discontinua.
    - C. Que el controlado siempre funciona en conducción continua.
    - D. Que con el controlado la potencia media entregada a la carga puede ser negativa.

- 4) Respecto al ángulo de disparo máximo en conducción continua (o crítico) en un rectificador controlado:
- A. No es necesario conocerlo para hallar la tensión media de salida con cierto ángulo de disparo.
  - B. Con carga RL en conducción discontinua y cierto ángulo de disparo, el valor medio de la tensión de salida será mayor o igual que para el mismo ángulo con carga fuertemente inductiva en conducción continua.
  - C. Para ángulos mayores que el crítico y carga resistiva se obtiene un valor medio de la tensión de salida menor con para el mismo ángulo y carga fuertemente inductiva en conducción continua.
  - D. Con carga resistiva pura, para ángulos mayores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida independiente del ángulo de disparo.
- 5) En un rectificador controlado, el funcionamiento como inversor:
- A. Ocurre cuando la carga invierte el sentido de la corriente.
  - B. Ocurre cuando la potencia media entregada a la carga se hace negativa.
  - C. No puede ocurrir con cargas pasivas, p.e. con una carga RL.
  - D. Si la carga está en conducción discontinua, ocurre con ángulos de disparo mayores que el crítico.
- 6) La existencia de inductancias de línea en un rectificador:
- A. Empeora el factor de desplazamiento de potencia del convertidor ( $\cos\phi_1$ ), al darle carácter inductivo. Disminuye, sin embargo, la distorsión de la corriente de línea.
  - B. Influye en el factor de potencia, pero no en la tensión media de salida.
  - C. Da un carácter más inductivo a la carga, por lo que el análisis del rectificador con carga resistiva pura e inductancias de línea se asemeja al de uno sin inductancias de línea y carga RL.
  - D. No influye en la forma de onda de las corrientes en los diodos o tiristores, aunque hace que la tensión de salida sea menor que sin ellas.
- 7) Los valores eficaces de los armónicos distintos del fundamental de la corriente de línea de un rectificador, suponiendo una carga fuertemente inductiva en conducción continua con corriente media  $I_o = \text{constante}$ :
- A. Aumentan al aumentar la inductancia de la línea.
  - B. Dependen de la tensión de salida.

- C. Dependen del ángulo de disparo.  
 D. Son proporcionales a la corriente de carga.
- 8) Un rectificador trifásico en puente semicontrolado:
- A. Da una tensión media de salida menor que uno totalmente controlado con el mismo ángulo de disparo.  
 B. Si la red es de 50Hz, el rizado de salida es de 150Hz.  
 C. Permite el funcionamiento como inversor.  
 D. Necesita diodo de libre circulación en paralelo con la carga, si ésta es inductiva.
- 9) En un regulador de alterna monofásico con dos tiristores en antiparalelo y carga RL serie:
- A. Cada tiristor se dispara a 50Hz si la red es de 50Hz.  
 B. El ángulo de disparo debe ser mayor que el ángulo de extinción para trabajar como regulador.  
 C. El ángulo de extinción sólo depende del ángulo de disparo.  
 D. Si el ángulo de disparo es menor que el de la carga, la corriente en la carga es discontinua, presentando intervalos de valor nulo.
- 10) Un regulador de alterna monofásico:
- A. Con carga resistiva pura la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.  
 B. Con carga RL serie el valor eficaz de la tensión de salida es mayor que con carga R para el mismo ángulo de disparo.  
 C. Con carga RL el ángulo de extinción es menor que con carga R.  
 D. Con carga resistiva pura el valor eficaz de la tensión de salida depende del valor de R.
- 11) En un convertidor DC-DC Buck:
- A. Con tensión de entrada y ciclo de trabajo fijos, al disminuir la corriente de carga puede aumentar la tensión de salida.  
 B. Si se asegura la conducción continua mientras la corriente de carga disminuye, varía la tensión de salida, a menos que se varíe el ciclo de trabajo para mantenerla fija.

- C. Al aumentar el valor del inductor, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción discontinua.
  - D. Al aumentar la frecuencia de conmutación, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción discontinua.
- 12) En convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. Si se disminuye el valor del inductor se puede pasar a conducción continua y puede conseguirse que la tensión de salida sea independiente de la carga.
  - B. Si trabajan en conducción continua, la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
  - C. Elevar tensión significa elevar corriente y viceversa.
  - D. Al aumentar la frecuencia de conmutación la corriente de entrada se hace más continua.
- 13) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente de entrada en un Boost es continua si el valor del inductor es lo suficientemente grande.
  - B. La tensión de salida de un Buck puede superar a la de un Boost con la misma tensión de entrada.
  - C. La corriente en el inductor de un Buck es pulsante.
  - D. Cuanto menor es la capacidad de salida, menor el rizado de la tensión de salida.
- 14) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. La frecuencia de conmutación de los transistores debe igual a la del fundamental de la onda de tensión que se quiere aplicar a la carga.
  - B. Se puede disparar los 4 transistores a la vez en determinados instantes si se pretende conseguir modulación por cancelación de tensión (pasos por cero).
  - C. El valor eficaz de tensión de salida es diferente si la carga es resistiva pura o RL serie.
  - D. Son necesarios diodos en antiparalelo con los transistores si las cargas son resistivas.

- 15) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. Se puede regular el valor eficaz de la onda de salida variando la tensión de entrada.
  - B. Se puede reducir la tasa de distorsión armónica de la tensión de salida colocando diodos en antiparalelo con los transistores del puente.
  - C. El valor eficaz de la tensión de salida es independiente de la tensión DC de entrada.
  - D. La tasa de distorsión armónica de la tensión de salida ( $DAT_v$ ) depende de la tensión DC de entrada.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

1-C

2-D

3-D

4-B

5-B

6-A

7-D

8-B

9-A

10-B

11-A

12-B

13-A

14-A

15-A



**Examen Electrónica Industrial. Enero 2002**

**TEST (30%)**

**Apellidos y nombre:**

**NOTAS:**

- 5) *Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*
  - 6) *Cada dos preguntas erróneas restan una pregunta acertada.*
- 1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico controlado, aplicando a la carga una tensión positiva de 300V y siendo  $E=50V$ ,  $R=1\Omega$ . El valor medio de la corriente en la carga:
    - A. Se puede calcular sin conocer el ángulo de disparo.
    - B. Es de 300A.
    - C. Es de 250A en conducción continua pero menor en conducción discontinua.
    - D. No se puede calcular si no se sabe si la carga está en conducción continua o discontinua.
  - 2) Una diferencia entre un rectificador trifásico de media onda y uno de onda completa es:
    - A. Que el rizado de la tensión de salida es menor en el de onda completa.
    - B. Que en el de media onda la tensión media de salida no puede ser negativa.
    - C. Que la tensión media de salida es mayor en el de media onda para el mismo ángulo de disparo.
    - D. Que las corrientes de línea tienen valor medio nulo en el de media onda.
  - 3) Una diferencia entre un rectificador controlado y uno no-controlado es:
    - A. Que en el controlado la tensión media de salida no depende de que la carga esté en conducción continua o discontinua.
    - B. Que el no-controlado no puede funcionar como inversor.
    - C. Que el controlado siempre funciona en conducción continua.
    - D. Que con el controlado en puente completo trifásico la potencia media entregada a la carga puede ser negativa para cualquier ángulo de disparo mayor que  $60^\circ$ .

- 4) Respecto al ángulo de disparo máximo en conducción continua (o crítico) en un rectificador controlado:
- A. Con carga RL en conducción discontinua y cierto ángulo de disparo, el valor medio de la tensión de salida será mayor o igual que para el mismo ángulo con carga en conducción continua.
  - B. Coincide con el ángulo de extinción de la corriente si la conducción es discontinua.
  - C. Para ángulos mayores que el crítico y carga resistiva se obtiene un valor medio de la tensión de salida menor que con carga inductiva en conducción continua.
  - D. Con carga resistiva pura, para ángulos mayores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida independiente del ángulo de disparo.
- 5) En un rectificador controlado, el funcionamiento como inversor:
- A. Ocurre cuando la corriente media entregada a la carga se hace negativa.
  - B. Con una carga RL sólo puede ocurrir transitoriamente.
  - C. No puede ocurrir con una carga LE.
  - D. Ocurre con ángulos de disparo mayores que el crítico.
- 6) Las inductancias de línea en un rectificador:
- A. Influyen negativamente en el factor de potencia del rectificador.
  - B. Aumentan el valor inductivo de la carga del rectificador.
  - C. Reducen el valor medio de la tensión de salida proporcionalmente a su valor inductivo y a la corriente de carga.
  - D. Facilitan que la carga trabaje en conducción continua.
- 7) Los valores eficaces de los armónicos distintos del fundamental de la corriente de línea de un rectificador, suponiendo una carga en conducción continua con corriente media constante:
- A. Disminuyen al aumentar la inductancia de línea.
  - B. Si aumentan, mejora el factor de potencia.
  - C. Dependen del valor eficaz de la tensión de entrada.
  - D. Son inversamente proporcionales a la corriente de carga.

- 8) Un rectificador en puente semicontrolado:
- A. Si la red es de 60Hz, el rizado de salida es de 360Hz.
  - B. No permite que la tensión instantánea de salida sea negativa.
  - C. Permite el funcionamiento como inversor.
  - D. Da a la carga tensiones menores que uno totalmente controlado con el mismo ángulo de disparo.
- 9) En un regulador de alterna monofásico con dos tiristores en antiparalelo y carga RL serie:
- A. El ángulo de disparo debe ser mayor que el ángulo de extinción para regular alterna.
  - B. El ángulo de extinción sólo depende del ángulo de disparo.
  - C. Cada tiristor se dispara a 100Hz si la red es de 50Hz.
  - D. No se puede utilizar cualquier ángulo de disparo si se quiere que funcione como regulador de alterna.
- 10) Un regulador de alterna monofásico:
- A. Con carga RL el ángulo de extinción es menor que con carga R.
  - B. Con carga R el valor eficaz de la tensión de salida depende del valor de R.
  - C. Con carga R el valor eficaz de la tensión de salida es menor que con carga RL serie para el mismo ángulo de disparo.
  - D. Con carga R la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.
- 11) En un convertidor DC-DC Buck:
- A. Con tensión de entrada y ciclo de trabajo fijos, al disminuir la corriente de carga puede disminuir la tensión de salida.
  - B. Mientras esté en conducción continua, aunque la corriente de carga disminuya, no varía la tensión de salida si el ciclo de trabajo y la entrada son fijas.
  - C. Al aumentar la frecuencia de conmutación, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción discontinua.
  - D. Al aumentar el valor del inductor, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción discontinua.

- 12) En convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. Si se aumenta el valor del inductor se puede pasar a conducción continua y puede conseguirse que la tensión de salida sea independiente de la carga.
  - B. Si trabajan en conducción discontinua, la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
  - C. Al aumentar la frecuencia de conmutación, la corriente de entrada se puede hacer continua.
  - D. Reducir tensión significa reducir corriente y viceversa.
- 13) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente en el transistor de un Boost es continua si el valor del inductor es lo suficientemente grande.
  - B. La tensión de salida de un Buck es siempre inferior a la de un Boost con la misma tensión de entrada.
  - C. La corriente en el inductor de un Buck es pulsante.
  - D. Cuanto menor es la capacidad de salida, menor el rizado de la tensión de salida.
- 14) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. La frecuencia de conmutación de los transistores debe ser igual a la mitad del fundamental de la onda de tensión que se quiere aplicar a la carga.
  - B. Para conseguir modulación por cancelación de tensión (pasos por cero) se deben disparar 3 transistores a la vez en determinados instantes.
  - C. El valor eficaz de tensión de salida es diferente si la carga es resistiva pura o RL serie.
  - D. Son necesarios diodos en antiparalelo con los transistores si las cargas son inductivas.
- 15) En un inversor monofásico en puente completo con modulación por onda cuadrada:
- A. Se puede reducir la tasa de distorsión armónica de la tensión de salida colocando diodos en antiparalelo con los transistores del puente.
  - B. El valor eficaz de la tensión de salida depende de la tensión DC de entrada.
  - C. No se puede regular el valor eficaz de la onda de salida variando la tensión de entrada.
  - D. La tasa de distorsión armónica de la tensión de salida depende de la frecuencia de conmutación.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-A
- 2-A
- 3-B
- 4-A
- 5-B
- 6-C
- 7-A
- 8-B
- 9-D
- 10-C
- 11-B
- 12-A
- 13-B
- 14-D
- 15-B

**Examen Electrónica Industrial. Junio 2002**

**TEST (30%)**

**NOTAS:**

7) *Contestad 10 preguntas de las 14 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*

8) *Cada dos preguntas erróneas restan una pregunta acertada.*

1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada). Se supone el circuito en régimen permanente.

A. La probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua es mayor cuanto mayor sea el valor de  $E$ , siendo  $E > 0$ .

B. La probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua aumenta si se aumenta el ángulo de disparo.

C. La probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua aumenta si aumenta el cociente  $L/R$ .

D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.

2) En un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado funcionando con  $\alpha = 20^\circ$  se mide el valor eficaz de la corriente de línea (= la que cada fase entrega al rectificador),  $I_{S-EFF} = 10A$ , y el factor de potencia del rectificador,  $FP = 0.9$ . Suponiendo el sistema equilibrado:

A. Si la potencia media en la carga es de 10kW, la potencia aparente del rectificador es 9kW.

B. Si se aumenta  $\alpha$ , aumentaría el factor de potencia.

C. El valor eficaz del componente fundamental de la corriente de línea es de 10.578A

D. La distorsión armónica de la corriente de línea es del 30%.

3) Si se añade un diodo de libre circulación en antiparalelo con la carga RLE de un rectificador trifásico en puente totalmente controlado:

A. Aumenta la probabilidad de que el rectificador trabaje en conducción continua.

- B. Si la carga es fuertemente inductiva, de manera que se nos asegura que trabajará en conducción continua, al disparar con  $\alpha > 90^\circ$  la tensión de salida es negativa.
  - C. El valor medio de la tensión de salida es menor (menos positivo) que sin diodo de libre circulación.
  - D. Ninguna de las anteriores.
- 4) En los rectificadores controlados, una diferencia básica que se observa entre trabajar con una carga inductiva RLE genérica y con una carga puramente resistiva es:
- A. Que para ángulos de disparo grandes, con carga resistiva la tensión media de salida es menor (menos positiva) que con carga inductiva.
  - B. Que con cargas inductivas se puede conseguir, aunque sea transitoriamente, tensiones medias negativas con ángulos de disparo grandes, mientras que con cargas resistivas sólo se puede conseguir tensiones medias e instantáneas positivas.
  - C. Que un diodo de libre circulación en antiparalelo con la carga sólo tendría efecto con cargas puramente resistivas.
  - D. Que con carga puramente resistiva es posible el funcionamiento como inversor.
- 5) Las inductancias de línea en un rectificador funcionando en conducción continua:
- A. Aumentan la distorsión de las corrientes de línea.
  - B. Hay que minimizarlas para que mejore el factor de potencia del rectificador.
  - C. Facilitan que la carga trabaje en conducción continua, al añadirle mayor carácter inductivo.
  - D. Reducen el valor medio de la tensión de salida proporcionalmente a la corriente de carga.
- 6) En un regulador de alterna monofásico con control de fase:
- A. El margen de regulación (rango válido del ángulo de disparo para variar el valor eficaz de la tensión de salida) es mayor con carga puramente resistiva que con carga RL serie.
  - B. El ángulo de extinción debe ser menor que  $\pi$  para realizar regulación de alterna.

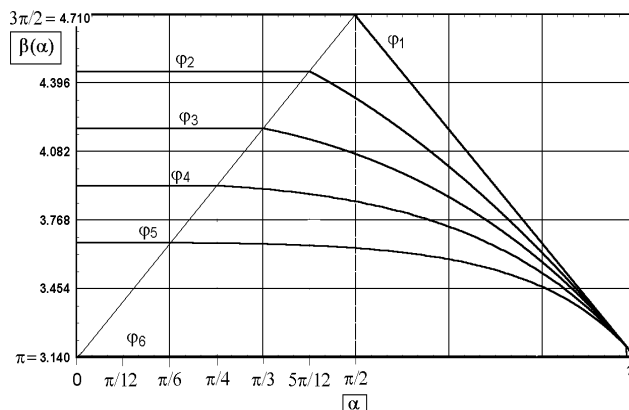
- C. Para el mismo ángulo de disparo y realizando regulación AC, el valor eficaz de la tensión de salida es menor con carga RL paralelo que con carga R.
- D. El interruptor de alterna se puede implementar mediante dos tiristores en antiparalelo, disparado cada uno a 100Hz (suponiendo una red de 50Hz).

7) Un regulador de alterna monofásico:

- A. Puede funcionar como un interruptor estático si el ángulo de disparo supera al de desfase de la carga y con disparo mantenido (de larga duración) de los tiristores.
- B. Si el ángulo de disparo es menor o igual que el de desfase de la carga ( $\varphi$ ), y se realiza un disparo mantenido, entonces en régimen permanente el ángulo de extinción es igual a  $\pi + \varphi$ .
- C. Si el ángulo de disparo es inferior al de desfase de la carga, y se realiza disparo mantenido, el circuito funciona como rectificador monofásico de media onda controlado.
- D. Con carga resistiva pura la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.

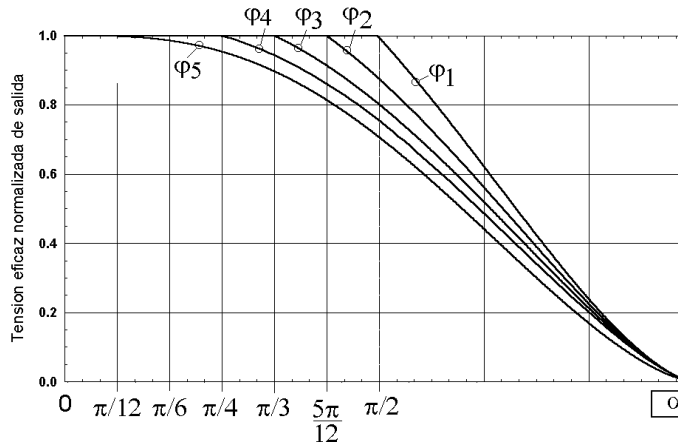
8) En la siguiente figura se representa el ángulo de extinción  $\beta$  en régimen permanente en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador y como interruptor estático:

- A. La curva  $\varphi_5$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_5 = \pi + \pi/6 = 7\pi/6$ .
- B. La curva  $\varphi_5$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_5 = \pi/6$ .
- C. La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
- D. La curva  $\varphi_6$  corresponde a carga inductiva pura.





- 9) En la siguiente figura se presenta la tensión eficaz de salida normalizada (respecto al valor eficaz de la tensión monofásica de entrada) en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador AC y como interruptor estático:
- La curva  $\varphi_3$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_3 = \pi/3$ .
  - La curva  $\varphi_5$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_5 = 5\pi/12$ .
  - La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
  - La curva  $\varphi_5$  corresponde a carga inductiva pura.



- 10) En la figura de la cuestión 9) si el valor eficaz de la tensión de entrada es 220V:
- Con carga puramente resistiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha \geq \pi/2$ .
  - Con carga puramente inductiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha \geq \pi/2$ .
  - Para conseguir regulación de AC con carga puramente resistiva hay que disparar necesariamente con  $\alpha \geq \pi/2$ .
  - Para regular desde 0V a 176V eficaces a la salida se debe disparar con  $\alpha \geq 5\pi/12$  para cargas RL serie que varíen desde puramente resistiva a puramente inductiva.

- 11) Respecto al rizado de la tensión de salida de un convertidor DC-DC conmutado:
- A. Aumenta al aumentar la corriente de carga en un Boost.
  - B. Depende de la carga en un convertidor Buck mientras trabaje en conducción continua.
  - C. Aumenta al aumentar la frecuencia de conmutación.
  - D. Si la tensión de salida es fija, no depende de la tensión de entrada.
- 12) Cuando está cortado (OFF), la tensión que debe bloquear el transistor de potencia:
- A. Es igual a la tensión del inductor en un Buck.
  - B. Es igual a la tensión de salida en un Boost.
  - C. Es igual a la tensión de salida en un Buck.
  - D. Depende de la carga.
- 13) Al entrar en conducción discontinua:
- A. La tensión de salida depende de la carga con ciclo de trabajo y tensión de entrada constantes.
  - B. El cociente entre la tensión de salida y la tensión de entrada sólo depende del ciclo de trabajo.
  - C. Aumentan las corrientes en los semiconductores (diodo y transistor) del convertidor.
  - D. El rizado de la tensión de salida en un convertidor Buck y Boost no dependen de la carga.
- 14) La expresión de la mínima corriente de salida que debe entregar un convertidor Buck para trabajar en conducción continua es:

$$I_{O-min} = \frac{1}{2 \cdot f_s \cdot L} \cdot V_o \cdot \left( 1 - \frac{V_o}{V_i} \right)$$

- A. Si la tensión de entrada  $V_i$  es constante,  $I_{O-min}$  aumenta al aumentar la tensión de salida  $V_o$ , por lo que el caso más desfavorable para tener conducción continua es con  $D=1$ .

- B. Si la corriente de salida es inferior a  $I_{o-min}$ , la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
- C. Si la tensión de entrada  $V_i$  es constante,  $I_{o-min}$  toma su valor máximo para ciclos de trabajo cercanos a la unidad,  $D=1$ .
- D. Si la tensión de salida  $V_o$  es constante, el valor máximo de  $I_{o-min}$  tiene lugar para tensiones de entrada  $V_i \gg V_o$  (es decir, para ciclos de trabajo pequeños) y toma el valor:  $I_{o-min-max} = V_o / (2Lf_s)$ .

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-C
- 2-D
- 3-A
- 4-B
- 5-D
- 6-A
- 7-B
- 8-B
- 9-A
- 10-D
- 11-A
- 12-B
- 13-A
- 14-D

**Examen Electrónica Industrial. Septiembre 2002****TEST (30%)****NOTAS:**

- 9) *Contestad 10 preguntas de las 14 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*
- 10) *Cada respuesta errónea resta media respuesta acertada.*
- 1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada). Se supone el circuito en régimen permanente.
- A. Siendo  $E > 0$ , si  $E$  disminuye, disminuye la probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua.
  - B. Si  $E = 0$  es más fácil que el rectificador opere en conducción discontinua que si  $E > 0$ .
  - C. La probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua aumenta si se aumenta el ángulo de disparo.
  - D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.
- 2) En un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado funcionando con  $\alpha = 60^\circ$  se mide el valor eficaz de la corriente de línea (= la que cada fase entrega al rectificador),  $I_{S-EFF} = 10A$ , y el factor de potencia del rectificador,  $FP = 0.4$ . Suponiendo el sistema equilibrado:
- A. Si la potencia media en la carga es de 10kW, la potencia aparente del rectificador es 4kVA.
  - B. Si se redujera  $\alpha$ , disminuiría el factor de potencia.
  - C. El valor eficaz del componente fundamental de la corriente de línea es de 8A.
  - D. La distorsión armónica de la corriente de línea es de 8A.
- 3) Sea un rectificador monofásico en puente totalmente controlado, trabajando a partir de una red de 220V eficaces y 50Hz. El rectificador alimenta a una carga RLE aplicándole una tensión media positiva (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada). Se supone el circuito en régimen permanente y  $E > 0$ .

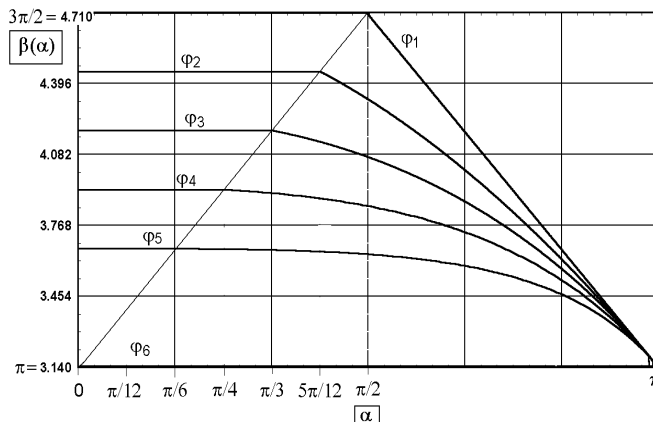
- A. Si  $E=400V$ , la tensión media en la carga es igual a  $311V$ , independientemente del ángulo de disparo.
  - B. Si  $E=400V$ , la tensión media en la carga es igual a  $400V$ , independientemente del ángulo de disparo.
  - C. Si  $E=400V$  se debe utilizar un ángulo de disparo lo suficientemente bajo para que haya corriente en la carga.
  - D. Si  $E=400V$ , para que haya corriente en la carga se debe colocar un diodo de libre circulación en antiparalelo con ésta, de manera que aumente el valor medio de la tensión aplicada y el rectificador trabaje en conducción continua.
- 4) En los rectificadores controlados, una diferencia básica que se observa entre trabajar con una carga inductiva RLE genérica y con una carga puramente resistiva es:
- A. Que con carga resistiva se pueden conseguir tensiones instantáneas negativas, mientras que con carga inductiva no.
  - B. Que con cargas inductivas se puede conseguir, aunque sea transitoriamente, tensiones medias negativas con ángulos de disparo cercanos a cero, mientras que con cargas resistivas sólo se puede conseguir tensiones medias e instantáneas positivas.
  - C. Que no tiene efecto colocar un diodo de circulación en antiparalelo con una carga resistiva pura.
  - D. Que con carga fuertemente inductiva es posible invertir el sentido de la corriente de la carga, al menos transitoriamente.
- 5) Las inductancias de línea en un rectificador funcionando en conducción continua:
- A. Cuanto mayores son, menores los  $di/dt$  de la corriente en los diodos o tiristores del rectificador.
  - B. Hay que maximizarlas para aumente el valor medio de la tensión de salida.
  - C. Permiten el funcionamiento como inversor con carga resistiva, pues facilitan la conducción continua.
  - D. Empeoran el factor de potencia de un rectificador.
- 6) En un regulador de alterna monofásico con control de fase:
- A. El margen de regulación (rango válido del ángulo de disparo para variar el valor eficaz de la tensión de salida) es mayor con carga puramente inductiva que con carga resistiva pura.

- B. El ángulo de extinción  $\beta$  debe ser menor que el de disparo  $\alpha$  para realizar regulación de alterna.
- C. Para cualquier ángulo de disparo, el ángulo de extinción  $\beta$  es menor con carga resistiva pura que con carga RL serie.
- D. Con carga resistiva pura no se puede calcular el ángulo de extinción sin conocer el ángulo de disparo.

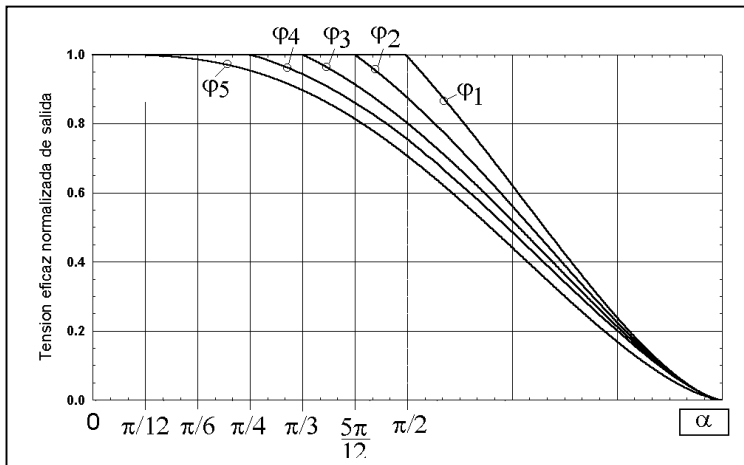
7) Un regulador de alterna monofásico:

- A. Funciona como un rectificador monofásico controlado de media onda si el ángulo de disparo es inferior al de desfase de la carga y con disparo corto (de corta duración) de los tiristores.
- B. Si el ángulo de disparo es mayor que el de desfase de la carga ( $\varphi$ ), y se realiza un disparo mantenido, entonces en régimen permanente el ángulo de extinción es igual a  $\pi + \varphi$ .
- C. Si el ángulo de disparo es inferior al de desfase de la carga, y se realiza disparo mantenido, el circuito funciona como rectificador monofásico de media onda controlado.
- D. Con carga inductiva pura sólo puede funcionar como interruptor estático.

8) En la siguiente figura se representa el ángulo de extinción  $\beta$  en régimen permanente en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador y como interruptor estático:



- A. La curva  $\varphi_3$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_3 = \pi + \pi/3 = 4\pi/3$ .
- B. La curva  $\varphi_5$  corresponde a una carga que permite regulación de alterna con  $\alpha < \pi/6$ .
- C. La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
- D. La curva  $\varphi_6$  corresponde a carga resistiva pura.
- 9) En la siguiente figura se presenta la tensión eficaz de salida normalizada (respecto al valor eficaz de la tensión monofásica de entrada) en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador AC y como interruptor estático:



- A. La curva  $\varphi_1$  corresponde a una carga que no permite regulación de alterna con  $\alpha < \pi/2$ .
- B. La curva  $\varphi_3$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_3 = \pi/2$ .
- C. La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
- D. La curva  $\varphi_5$  corresponde a carga inductiva pura.
- 10) En la figura de la cuestión 9) si el valor eficaz de la tensión de entrada es 220V:
- A. Con carga puramente inductiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha \geq \pi/2$ .



- B. Con carga puramente inductiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha < \pi/2$ .
  - C. Para conseguir regulación de AC con carga puramente resistiva hay que disparar necesariamente con  $\alpha \geq \pi/2$ .
  - D. Para regular desde 0V a 176V eficaces a la salida se debe disparar con  $\alpha < 5\pi/12$  para cargas RL serie que varíen desde puramente resistiva a puramente inductiva.
- 11) Respecto al rizado de la tensión de salida de un convertidor conmutado:
- A. Aumenta al disminuir la corriente de carga en un Boost.
  - B. Aumenta al aumentar la frecuencia de conmutación.
  - C. Disminuye si aumenta el valor de L en un Buck.
  - D. Si la tensión de salida es fija, el rizado no depende de la tensión de entrada.
- 12) Cuando está cortado (OFF), la tensión que debe bloquear el diodo de potencia:
- A. Es igual a la tensión del inductor en un Buck.
  - B. Es igual a la tensión de salida en un Boost.
  - C. Es igual a la tensión de salida en un Buck.
  - D. Depende de la frecuencia de conmutación.
- 13) Señala la afirmación falsa.
- A. El rizado de la tensión de salida de un convertidor Buck en conducción continua no depende de la carga.
  - B. En cualquier convertidor DC-DC con corriente y tensión de salida constantes, al aumentar la tensión de entrada, disminuye la corriente media de entrada.
  - C. Al aumentar la frecuencia de conmutación, los convertidores conmutados tienden a trabajar en conducción discontinua.
  - D. El rizado de la tensión de salida en un convertidor Boost depende de la carga, independientemente de que trabaje en conducción continua o discontinua.

- 14) Sea un convertidor Buck cuyo ciclo de trabajo  $D$  puede variar entre 0.1 y 0.9. Recordemos que la expresión de la mínima corriente de salida que debe entregar un convertidor Buck para trabajar en conducción continua es:

$$I_{o-min} = \frac{1}{2 \cdot f_s \cdot L} \cdot V_o \cdot \left( 1 - \frac{V_o}{V_i} \right)$$

- A. Si la tensión de salida  $V_o$  es constante,  $I_{o-min}$  aumenta al aumentar la tensión de entrada  $V_i$ , por lo que el caso más desfavorable para tener conducción continua es con  $D=0.1$ .
- B. Si la tensión de salida  $V_o$  es constante, y si la corriente de salida es superior al valor de  $I_{o-min}$  calculado para  $V_i=V_o$ , entonces el convertidor trabaja en conducción continua aunque varíe la tensión de entrada.
- C. Si la tensión de entrada  $V_i$  es constante,  $I_{o-min}$  toma su valor máximo para el ciclo de trabajo  $D=0.9$ .
- D. Si la tensión de salida  $V_o$  es constante, el valor máximo de  $I_{o-min}$  tiene lugar para la tensiones de entrada  $V_i=V_o/2$ , es decir, para  $D=0.5$ .

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-D
- 2-C
- 3-B
- 4-C
- 5-A
- 6-C
- 7-A
- 8-D
- 9-A
- 10-B
- 11-C
- 12-B
- 13-C
- 14-A

**Examen Electrónica Industrial. Enero 2003**

**TEST (30%)**

**NOTAS:**

11) *Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*

12) *Cada respuesta errónea resta media respuesta acertada.*

1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva  $V_o=500V$  (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada), siendo  $E=410V$  y  $R=1\Omega$ . Se supone el circuito en régimen permanente y en conducción continua.

A. La corriente media en cada tiristor es de 90A.

B. Si se aumenta el ángulo de disparo, aumentarán las corrientes medias de los tiristores.

C. La corriente media en cada tiristor es de 30A.

D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.

2) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador monofásico en puente totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva  $V_o=200V$  (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada), siendo  $E=180V$  y  $R=1\Omega$ . Se supone el circuito en régimen permanente y en conducción continua.

A. La corriente media en cada tiristor es de 10A.

B. La corriente media de cada tiristor coincide con su corriente eficaz.

C. La corriente media en cada tiristor es de 20A.

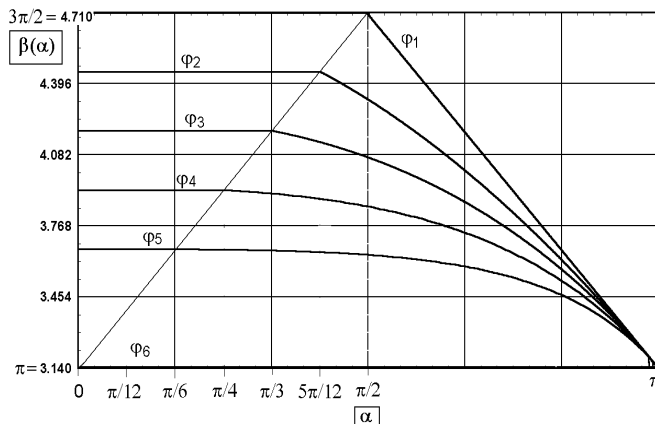
D. La corriente media de cada tiristor depende del valor de L.

3) En un rectificador monofásico en puente de diodos con una carga fuertemente inductiva en conducción continua, de manera que se puede suponer que la corriente de carga es aproximadamente constante y de valor  $I_o=10A$ , se mide un factor de potencia  $FP=0.9$ .

A. Si la potencia media en la carga es de 10kW, la potencia aparente del rectificador es 9kVA.

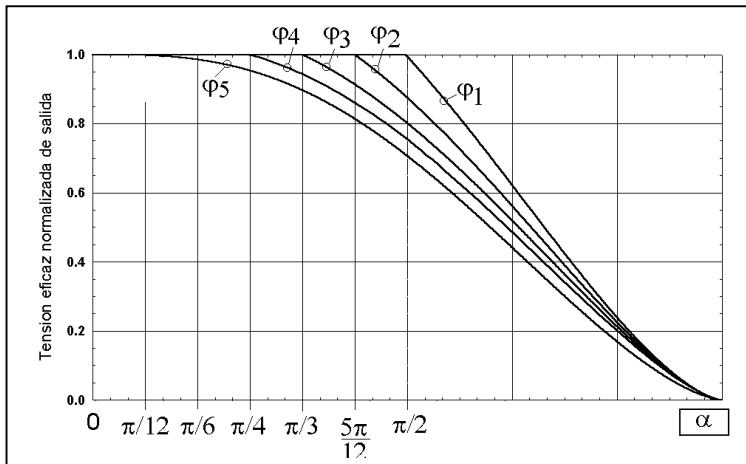
- B. El valor eficaz del componente fundamental de la corriente de línea es de 9A.
  - C. El valor eficaz del componente fundamental de la corriente de línea es de 10A.
  - D. La distorsión armónica de la corriente de línea es del 90%.
- 4) En los rectificadores controlados, una diferencia básica que se observa entre trabajar con una carga inductiva RLE genérica y con una carga puramente resistiva es:
- A. Que la carga resistiva permite factor de potencia unidad, mientras que la carga inductiva no.
  - B. Que con carga resistiva no se puede conseguir tensiones instantáneas negativas, las cuales sí se puede conseguir con cargas inductivas.
  - C. Que con cargas inductivas se puede conseguir tensiones medias nulas, mientras que con cargas resistivas no puede conseguir tensiones medias de salida nulas.
  - D. Que con carga fuertemente inductiva es posible invertir el sentido de la corriente de la carga, al menos transitoriamente.
- 5) Las inductancias de línea en un rectificador funcionando en conducción continua:
- A. Cuanto mayores son, mayores los  $di/dt$  de la corriente en los diodos o tiristores del rectificador.
  - B. Cuanto mayores son, mayor será el valor medio de la tensión de salida.
  - C. Permiten el funcionamiento como inversor con carga resistiva, pues facilitan la conducción continua.
  - D. Mejoran (disminuyen) la distorsión de la corriente de línea.
- 6) En un regulador de alterna monofásico con control de fase:
- A. El margen de regulación (rango válido del ángulo de disparo para variar el valor eficaz de la tensión de salida) es mayor con carga puramente inductiva que con carga resistiva pura.
  - B. El ángulo de extinción  $\beta$  debe ser menor que el de disparo  $\alpha$  para realizar regulación de alterna.
  - C. Para cualquier ángulo de disparo, el ángulo de extinción  $\beta$  es mayor con carga resistiva pura que con carga RL serie.

- D. Con carga resistiva pura se puede calcular el ángulo de extinción sin conocer el ángulo de disparo.
- 7) Un regulador de alterna monofásico con carga resistiva:
- Entrega mayor potencia a la carga cuanto mayor sea el ángulo de disparo.
  - Introduce una mayor distorsión en la corriente de línea cuanto mayor sea el ángulo de disparo.
  - Con un ángulo de disparo  $\alpha$  tal que  $0 < \alpha < \pi/2$  y disparo mantenido, el circuito funciona como interruptor estático de alterna.
  - No puede funcionar como interruptor estático de alterna.
- 8) En la siguiente figura se representa el ángulo de extinción  $\beta$  en régimen permanente en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador y como interruptor estático:



- La curva  $\varphi_3$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_3 = \pi/3$ .
- La curva  $\varphi_3$  corresponde a una carga que permite regulación de alterna con  $\alpha < \pi/3$ .
- La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
- La curva  $\varphi_6$  corresponde a carga inductiva pura.

- 9) En la siguiente figura se presenta la tensión eficaz de salida normalizada (respecto al valor eficaz de la tensión monofásica de entrada) en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador AC y como interruptor estático:



- A. Para regular la tensión alterna en la carga representada por  $\varphi_2$  se necesita un margen de variación de  $\alpha$  mayor que con la carga representada por  $\varphi_4$ .
- B. La curva  $\varphi_4$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_4 = \pi/4$ .
- C. La curva  $\varphi_1$  permite regular la tensión alterna en la carga con  $\alpha < \pi/2$ .
- D. La curva  $\varphi_5$  corresponde a carga inductiva pura.
- 10) En la figura de la cuestión 9) si el valor eficaz de la tensión de entrada es 220V:
- A. Con carga puramente resistiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha \geq \pi/2$ .
- B. Con carga puramente resistiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha < \pi/2$ .
- C. Con la carga representada por  $\varphi_3$  para regular desde 220V a 176V eficaces se debe disparar con un ángulo de disparo:  $\pi/3 \leq \alpha \leq \pi/2$ .
- D. Con la carga representada por  $\varphi_4$  para regular desde 0V a 220V eficaces a la salida se debe disparar con un ángulo de disparo:  $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ .

- 11) Sea un convertidor Buck con una corriente de carga constante de  $I_o=10A$  y con un rizado de corriente en la bobina de  $\Delta I_L=1A$ . Despreciando las pérdidas, si el ciclo de trabajo es  $D=0.8$ :
- A. La corriente media en el diodo es de 8A.
  - B. La corriente media en el transistor es de 8A.
  - C. El convertidor trabaja en conducción discontinua.
  - D. Hay que conocer el valor de la tensión de entrada y el de la frecuencia de conmutación para saber si el convertidor trabaja en conducción continua o discontinua.
- 12) En el convertidor descrito en la pregunta 11), si la tensión de entrada es  $V_i=100V$ :
- A. La tensión de salida es  $V_o=20V$ .
  - B. La tensión de salida puede ser mayor que 100V si se hace trabajar al convertidor en conducción discontinua, lo que se puede conseguir disminuyendo la corriente de carga.
  - C. La tensión de salida es  $V_o=80V$ .
  - D. No se puede calcular la tensión de salida sin conocer el valor del inductor y de la frecuencia de conmutación.
- 13) Señala la afirmación falsa.
- A. El rizado de la tensión de salida de un convertidor Boost en conducción continua no depende de la carga.
  - B. En cualquier convertidor DC-DC con potencia de salida constante y rendimiento unitario, al disminuir la tensión de entrada, aumenta la corriente media de entrada.
  - C. Al aumentar la frecuencia de conmutación, los convertidores conmutados tienden a trabajar en conducción continua.
  - D. El rizado de la tensión de salida en un convertidor Buck depende de la carga si éste trabaja en conducción discontinua.
- 14) Sea un convertidor Boost con una corriente media de entrada constante de  $I_i=10A$  y con un rizado de corriente en la bobina de  $\Delta I_L=2A$ . Despreciando las pérdidas, si el ciclo de trabajo es  $D=0.8$ :
- A. La corriente media en el transistor es de 8A.



- B. La corriente media en el diodo es de 8A.
  - C. El convertidor trabaja en conducción discontinua.
  - D. La tensión de salida es menor que la de entrada.
- 15) En el convertidor Boost de la pregunta 14), con  $I_i=10A=cte.$ , se reduce el valor del inductor, de manera que su rizado de corriente pasa a ser  $\Delta I_L=20A$ . Despreciando las pérdidas, si el ciclo de trabajo sigue siendo  $D=0.8$ :
- A. La corriente media en el transistor disminuye.
  - B. La corriente media en el diodo aumenta.
  - C. La tensión media de salida es mayor que la de la pregunta 14).
  - D. La tensión media de salida es igual que en la pregunta 14).

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-C
- 2-A
- 3-B
- 4-B
- 5-D
- 6-D
- 7-B
- 8-A
- 9-B
- 10-C
- 11-B
- 12-C
- 13-A
- 14-A
- 15-D

**Examen Electrónica Industrial. Junio 2003****TEST (30%)****NOTAS:**

- 1) *Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.*
- 2) *Cada pregunta acertada vale 1 punto. Cada respuesta errónea resta 0.5 puntos.*

- 1) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico controlado, aplicando una tensión media positiva de 300V, y siendo  $E = -50V$ ,  $R = 1\Omega$ . El valor medio de la corriente en la carga:
  - A. No se puede calcular sin conocer el ángulo de disparo.
  - B. Es negativo, pues el rectificador trabaja como inversor al ser  $E < 0$ .
  - C. Es de 350A independientemente de que la corriente en la carga sea continua o discontinua.
  - D. No se puede calcular si no se sabe si la carga está en conducción continua o discontinua.
- 2) Una diferencia entre un rectificador de media onda y uno de onda completa es:
  - A. Que la frecuencia de la tensión de salida instantánea es mayor en el de media onda.
  - B. Que para  $\alpha = 0$  el de media onda tiene un valor medio de la tensión de salida mayor que el de onda completa.
  - C. Que la tensión media de salida no puede ser negativa en el de media onda.
  - D. Que las corrientes de línea tienen valor medio no nulo en el de media onda.
- 3) Una diferencia entre un rectificador controlado y uno no-controlado es:
  - A. Que en el controlado la frecuencia de la tensión instantánea de salida es mayor.
  - B. Que el controlado puede funcionar como inversor.
  - C. Que el controlado siempre funciona en conducción continua para ángulos de disparo mayores que cierto valor mínimo.
  - D. Que, si está en conducción continua, en el controlado en puente completo trifásico la potencia media entregada a la carga puede ser negativa para cualquier ángulo de disparo menor que  $90^\circ$ .

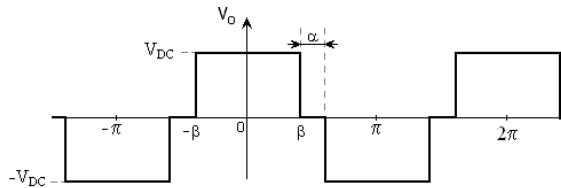
- 4) Respecto al ángulo de disparo máximo en conducción continua (o crítico) en un rectificador controlado:
- A. Con carga RL si el ángulo de disparo supera al crítico, el valor medio de la tensión de salida será menor o igual que para el mismo ángulo con carga fuertemente inductiva en conducción continua.
  - B. Coincide con el ángulo de extinción de la corriente si la conducción es discontinua.
  - C. Para ángulos mayores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida mayor con carga resistiva que con el mismo ángulo y carga fuertemente inductiva en conducción continua.
  - D. Con carga resistiva pura, para ángulos mayores que el crítico se obtiene un valor medio de la tensión de salida independiente del ángulo de disparo.
- 5) Un rectificador en puente trifásico controlado con carga fuertemente inductiva en conducción continua:
- A. Tiene peor factor de potencia que uno monofásico con la carga en las mismas condiciones y el mismo ángulo de disparo.
  - B. Tiene un factor de potencia óptimo si  $\alpha = \pi/2$ .
  - C. Tiene un factor de potencia alto si el ángulo de disparo  $\alpha$  está cercano a 0 (rectificador) ó a  $\pi$  (inversor).
  - D. Presenta una distorsión de la corriente de línea que depende de  $\alpha$ .
- 6) En un regulador de alterna monofásico con carga R o RL serie:
- A. Cuanto mayor sea el ángulo de disparo menor será el valor eficaz de la tensión de salida, siempre que este ángulo supere el de desfase de la carga.
  - B. El ángulo de extinción sólo depende del ángulo de desfase de la carga.
  - C. Cada tiristor se dispara a 25Hz si la red es de 50Hz.
  - D. Se debe utilizar un ángulo de disparo menor que cierto valor máximo si quiere que funcione como regulador de alterna.
- 7) Un regulador de alterna monofásico:
- A. Con carga RL el ángulo de extinción es mayor que con carga R.
  - B. Con carga resistiva pura el valor eficaz de la tensión de salida depende del valor de R.

- C. Con carga R el valor eficaz de la tensión de salida es mayor que con carga RL serie para el mismo ángulo de disparo.
- D. Con carga resistiva pura la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.
- 8) La expresión de la mínima corriente de salida que debe entregar un convertidor Buck para trabajar en conducción continua es:

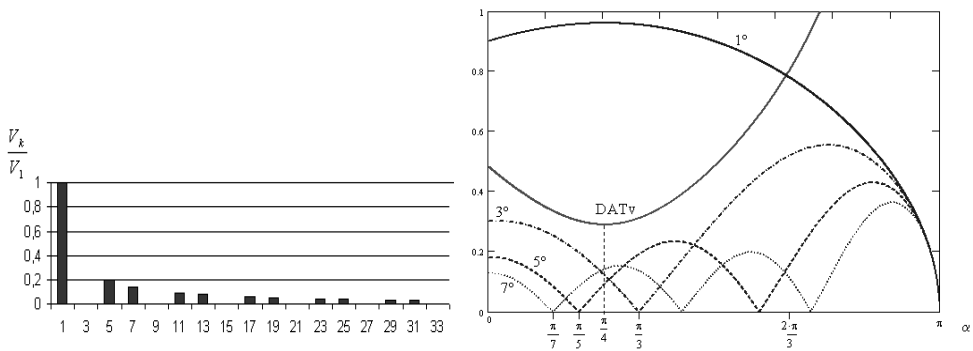
$$I_{o-min} = \frac{1}{2 \cdot f_s \cdot L} \cdot V_o \cdot \left( 1 - \frac{V_o}{V_i} \right)$$

- A. Si la tensión de entrada,  $V_i$ , y la corriente de carga,  $I_o$ , son constantes, y si se tiene conducción continua para  $D=0.5$ , se tiene conducción continua para cualquier valor de  $D$ .
- B. Si la corriente de salida es inferior a  $I_{o-min}$ , la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
- C. Si la tensión de entrada  $V_i$  es constante,  $I_{o-min}$  toma su valor máximo para ciclos de trabajo cercanos a cero,  $D=0$ .
- D. Si la tensión de entrada,  $V_i$ , es constante, el valor máximo de  $I_{o-min}$  tiene lugar para tensiones de entrada  $V_i \gg V_o$  (es decir, para ciclos de trabajo pequeños) y toma el valor:  $I_{o-min-max} = V_o / (2Lf_s)$ .
- 9) En convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. Al aumentar la frecuencia de conmutación aumenta el rizado en la tensión de salida.
- B. Si trabajan en conducción discontinua, la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
- C. Al aumentar la frecuencia de conmutación, la corriente en el inductor tiende a hacerse discontinua.
- D. Para una potencia de salida constante, si aumenta la tensión de entrada disminuye la corriente media de entrada.
- 10) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente media de salida en un Boost es mayor que su corriente media de entrada.
- B. La corriente media de salida en un Buck es menor que su corriente media de entrada.

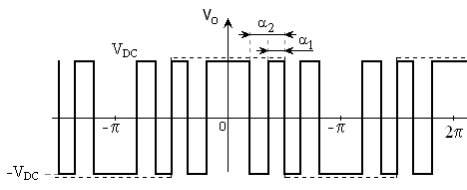
- C. La corriente de entrada de un Boost es pulsante.
- D. Cuanto mayor es la capacidad de salida, menor el rizado de la tensión de salida.
- 11) La figura presenta los valores eficaces de los armónicos de la tensión de salida, normalizados respecto al valor eficaz total,  $V_{K-RMS}/V_{RMS}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión.



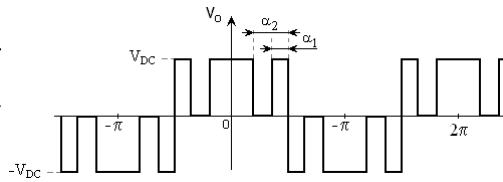
- A. Conviene elegir  $\alpha=\pi/3$  porque así se elimina el armónico de más baja frecuencia y mayor amplitud después del fundamental, minimizando la distorsión armónica total.
- B. Para eliminar el armónico de orden 3, se puede elegir indistintamente  $\alpha=\pi/3$  o  $\alpha=\pi$ , sin que la elección entre un valor y el otro afecte al funcionamiento de la carga conectada al inversor.
- C. De cara a reducir la distorsión armónica total de la tensión de salida,  $DAT_V$ , habría que disparar con  $\alpha=\pi/4$ , aunque ello no asegura la minimización del filtro de salida.
- D. Se consigue maximizar el valor eficaz total de la tensión de salida con  $\alpha=\pi/4$ .
- 12) La siguiente figura representa el espectro de los armónicos de la tensión de salida normalizado respecto el valor eficaz del fundamental,  $V_{K-RMS}/V_{1-RMS}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión, cuya curvas características se presentan en la figura de la pregunta 11).
- A. La eliminación de los armónicos múltiplos de 3 se ha conseguido colocando diodos en antiparalelo con los transistores del puente.
- B. El valor eficaz del armónico de orden 5 es el 20% del valor eficaz total de la tensión de salida.
- C. El espectro corresponde al de la mínima distorsión de la tensión de salida.
- D. El espectro corresponde a  $\alpha=\pi/3$ .



- 13) En un inversor monofásico en puente completo con eliminación programada de los armónicos  $3^\circ$  y  $5^\circ$  se tienen dos posibilidades: introducción de ‘muecas’ bipolares, e introducción de muecas unipolares. Las siguientes figuras muestran la tensión de salida en ambos casos:



**Muecas bipolares**



**Muecas unipolares**

- A. Para el mismo valor de la tensión de entrada,  $V_{DC}$ , la tensión de salida con muecas unipolares tiene una menor distorsión armónica total que con muecas bipolares.
  - B. Los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  para eliminar de los armónicos  $3^\circ$  y  $5^\circ$  son iguales en ambos casos.
  - C. El valor eficaz de tensión de salida es diferente si la carga es resistiva pura o RL serie.
  - D. Debido al tipo especial de modulación, no son necesarios diodos en anti-paralelo con los transistores aunque las cargas sean inductivas.
- 14) En un inversor monofásico en puente completo con modulación PWM bipolar sincrona con una tensión de control sinusoidal de  $f_1=50\text{Hz}$  y una portadora triangular de  $f_{tri}=10.05\text{kHz}$  aparecen armónicos indeseados de  $150\text{Hz}$  y  $250\text{Hz}$ . Para que desaparezcan esos armónicos:

- A. Habría que realizar la modulación PWM de manera asíncrona, es decir con un valor no entero del índice de modulación en frecuencia,  $m_f$ .
- B. Se puede reducir el índice de modulación en amplitud,  $m_a$ , manteniendo la amplitud de la tensión de control por debajo de la amplitud de la triangular. Como consecuencia disminuiría el valor eficaz del fundamental aplicado a la carga por pasar de la zona de sobremodulación a la zona lineal.
- C. Bastaría con aumentar la frecuencia  $f_{tri}$  manteniendo síncrona la PWM.
- D. Bastaría con reducir la frecuencia  $f_{tri}$  manteniendo síncrona la PWM.
- 15) La siguiente tabla muestra el valor eficaz de cada armónico de la tensión fase-fase normalizado respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{h-RMS}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$  orden del armónico  $h$ -ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor trifásico en puente con modulación PWM con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero, impar y múltiplo de 3), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $m_f=93$ ,  $m_a=1$  y  $V_{DC}=540V$ :
- A. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene un valor eficaz de 105.3V.
- B. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene un valor eficaz de 5.94V.
- C. El valor eficaz del fundamental de la tensión de una fase respecto el negativo de la tensión  $V_{DC}$  es de 330.48V.
- D. El valor eficaz del fundamental de la tensión de fase-fase es de 105.3V, y el valor medio de la tensión fase-fase es 330.48V.

$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_f \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_f \pm 4$	-	-	-	0.005	0.011
$2m_f \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_f \pm 5$	-	-	-	0.008	0.020
$3m_f \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_f \pm 4$	-	0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_f \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_f \pm 5$	-	-	0.021	0.051	0.073
$4m_f \pm 7$	-	-	-	0.010	0.030



**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-C
- 2-D
- 3-B
- 4-C
- 5-C
- 6-A
- 7-A
- 8-A
- 9-D
- 10-D
- 11-C
- 12-D
- 13-A
- 14-B
- 15-B

## Examen Electrónica Industrial. Septiembre 2003

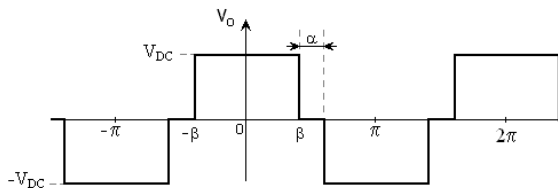
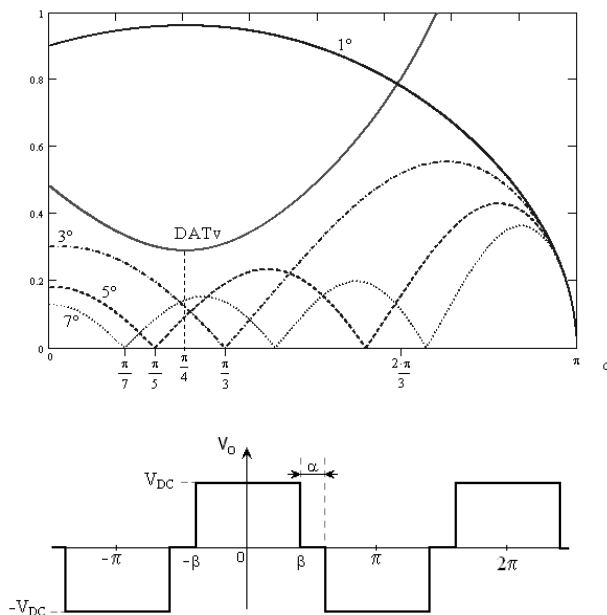
## TEST (30%)

## NOTAS:

13) Contestad 10 preguntas de las 13 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.

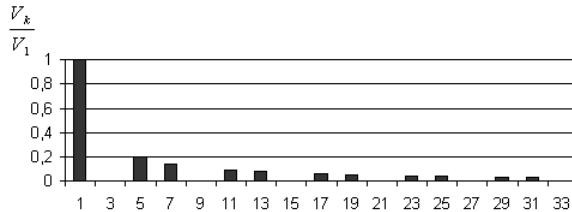
14) Cada pregunta acertada vale 1 punto. Cada respuesta errónea resta 0.5 puntos.

1) La figura presenta los valores eficaces de los armónicos de la tensión de salida, normalizados respecto al valor eficaz total,  $V_{K-RMS}/V_{RMS}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión.

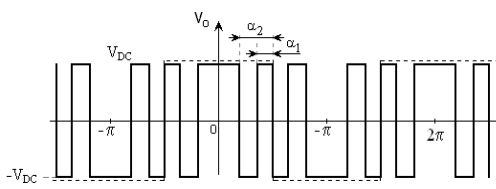


- Si se elige  $\alpha = \pi/3$  se elimina el armónico de más baja frecuencia después del fundamental, con lo que se facilita el diseño de un posible filtro de salida.
- De la figura se deduce que se puede elegir cierto valor de  $\alpha$  para eliminar 2 armónicos.
- Si se elige  $\alpha = \pi/4$ , se minimiza la distorsión de la tensión de salida, pero a costa de un término fundamental muy pequeño frente a la tensión eficaz total.
- Se consigue minimizar el valor eficaz total de la tensión de salida con  $\alpha \approx \pi/4$ .

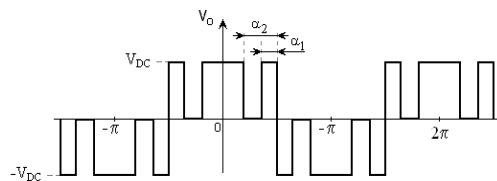
- 2) La siguiente figura representa el espectro de los armónicos de la tensión de salida normalizado respecto el valor eficaz del fundamental,  $V_{k-RMS}/V_{1-RMS}$ , para cierto valor del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico en puente completo modulado por cancelación de tensión, cuyas curvas características se presentan en la figura de la pregunta 1).



- A. La eliminación de los armónicos múltiplos de 3 es posible sólomente si la carga tiene carácter inductivo.
- B. Para el  $\alpha$  escogido, el valor eficaz del fundamental es igual a la tensión eficaz total.
- C. El espectro corresponde a  $\alpha=\pi/4$ .
- D. La distorsión de la tensión de salida no es mínima.
- 3) En un inversor monofásico en puente completo con eliminación programada de los armónicos  $3^o$  y  $5^o$  se tienen dos posibilidades: introducción de ‘muecas’ bipolares, e introducción de muescas unipolares. Las siguientes figuras muestran la tensión de salida en ambos casos:



**Muecas bipolares**



**Muecas unipolares**

- A. Para el mismo valor de la tensión de entrada,  $V_{DC}$ , la tensión de salida con muescas unipolares tiene una mayor distorsión armónica total que con muescas bipolares.
- B. Se podrían elegir dos valores diferentes de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  para eliminar los armónicos  $7^o$  y  $9^o$ . Dichos valores no coinciden en el caso unipolar y en el caso bipolar.

- C. El contenido armónico de la tensión de salida depende de si la carga es resistiva pura o RL serie en el caso bipolar, pero no depende de la carga en el caso unipolar.
- D. Al eliminar los armónicos  $3^{\circ}$  y  $5^{\circ}$ , se minimiza la distorsión de la tensión de salida.
- 4) La siguiente tabla muestra la amplitudes de los armónicos de la tensión de salida normalizadas respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{AB-h}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$ orden del armónico h-ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor monofásico en puente con modulación PWM unipolar con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero y par), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$ ,  $m_f=30$ ,  $m_a=0.8$  y  $V_{DC}=300\text{V}$ :

$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$2m_f \pm 1$	0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m_f \pm 3$	-	0.024	0.071	0.139	0.212
$2m_f \pm 5$	-	-	-	0.013	0.033
$4m_f \pm 1$	0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m_f \pm 3$	0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m_f \pm 5$	-	-	0.034	0.084	0.119
$4m_f \pm 7$	-	-	-	0.017	0.050

- A. Con  $m_a=0.8$  el armónico más cercano al fundamental tiene una amplitud menor que para el resto de valores de  $m_a$  de la tabla. En ese caso, la amplitud de ese armónico sería 3.9V y su frecuencia 2750Hz.
- B. Si se reduce  $m_a$  a 0.6, el armónico más cercano al fundamental tiene mayor frecuencia y menor amplitud, por lo que es más fácil de filtrar.
- C. Si se aumenta  $m_a$  a 1, el armónico más cercano al fundamental es más fácil de filtrar.
- D. Si aumenta la frecuencia de la triangular se dificulta el filtrado de los armónicos.

- 5) La siguiente tabla muestra el valor eficaz de cada armónico de la tensión fase-fase normalizado respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{h-RMS}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$  orden del armónico  $h$ -ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor trifásico en puente con modulación PWM con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero, impar y múltiplo de 3), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$ ,  $m_f=33$ ,  $m_a=0.8$  y  $V_{DC}=540\text{V}$ :

$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_f \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_f \pm 4$	-	-	-	0.005	0.011
$2m_f \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_f \pm 5$	-	-	-	0.008	0.020
$3m_f \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_f \pm 4$	-	0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_f \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_f \pm 5$	-	-	0.021	0.051	0.073
$4m_f \pm 7$	-	-	-	0.010	0.030

- A. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene una frecuencia de 1450Hz y un valor eficaz de 2.7V.
- B. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene una frecuencia de 1550Hz y un valor eficaz de 72.9V.
- C. Si reduzco  $m_a$  a un valor  $m_a=0.6$ , el armónico de más baja frecuencia se sitúa a una frecuencia más cercana a la del fundamental.
- D. Si reduzco  $m_a$  a un valor  $m_a=0.6$ , aumenta el valor del fundamental.
- 6) En un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado funcionando con  $\alpha=20^\circ$  se mide el valor eficaz de la corriente de línea (= la que cada fase entrega al rectificador),  $I_{S-EFF}=10\text{A}$ , y el factor de potencia del rectificador,  $FP=0.9$ . Suponiendo el sistema equilibrado:
- A. Si la potencia media en la carga es de 10kW, la potencia aparente del rectificador es 9kW.

- B. Si se aumenta  $\alpha$ , aumentaría el factor de potencia.
  - C. El valor eficaz del componente fundamental de la corriente de línea es de 10.578A
  - D. La distorsión armónica de la corriente de línea es del 30%.
- 7) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada). Se supone el circuito en régimen permanente.
- A. Siendo  $E > 0$ , si  $E$  disminuye, disminuye la probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua.
  - B. Si  $E = 0$  es más fácil que el rectificador opere en conducción discontinua que si  $E > 0$ .
  - C. La probabilidad de que el rectificador opere en conducción continua aumenta si se aumenta el ángulo de disparo.
  - D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.
- 8) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador monofásico en puente totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva  $V_o = 200V$  (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada), siendo  $E = 180V$  y  $R = 1\Omega$ . Se supone el circuito en régimen permanente y en conducción continua.
- A. La corriente media en cada tiristor es de 10A.
  - B. La corriente media de cada tiristor coincide con su corriente eficaz.
  - C. La corriente media en cada tiristor es de 20A.
  - D. La corriente media de cada tiristor depende del valor de  $L$ .
- 9) Se alimenta una carga RLE mediante un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado aplicando a la carga una tensión media positiva  $V_o = 500V$  (la corriente en la carga es “entrante” en el positivo de la tensión aplicada), siendo  $E = 410V$  y  $R = 10\Omega$ . Se supone el circuito en régimen permanente y en conducción continua.
- A. La corriente media en cada tiristor es de 3A.
  - B. Si se reduce el ángulo de disparo, disminuyen las corrientes medias de los tiristores.

- C. La corriente media en cada tiristor es de 9A.
- D. Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.
- 10) En un regulador de alterna monofásico con control de fase:
- A. El margen de regulación (rango válido del ángulo de disparo para variar el valor eficaz de la tensión de salida) es mayor con carga resistiva pura que con carga RL serie.
  - B. El ángulo de extinción  $\beta$  debe ser menor que el de disparo  $\alpha$  para realizar regulación de alterna.
  - C. Para cualquier ángulo de disparo, el ángulo de extinción vale  $\pi/2$  con carga resistiva pura.
  - D. Con carga RL serie, para calcular el ángulo de extinción hay que conocer únicamente los valores de R y de L.
- 11) Un regulador de alterna monofásico:
- A. Si el ángulo de disparo  $\alpha$  es mayor que el de desfase de la carga  $\varphi$ , y se realiza un disparo mantenido, entonces el regulador de alterna funciona como con disparo corto.
  - B. Si  $\alpha > \varphi$ , y se realiza un disparo mantenido, entonces el regulador funciona como interruptor estático.
  - C. Si  $\alpha < \varphi$ , y se realiza disparo mantenido, el circuito funciona como rectificador monofásico de media onda controlado.
  - D. Con carga RL serie la tensión instantánea de salida no puede ser negativa.
- 12) En un convertidor DC-DC Buck:
- A. En conducción continua la tensión de salida depende de la carga.
  - B. En conducción discontinua, si la corriente de carga aumenta, aumenta la tensión de salida, a menos que se varíe el ciclo de trabajo para mantenerla fija.
  - C. El rizado de corriente en el inductor aumenta si aumenta la frecuencia de conmutación.
  - D. Al aumentar la frecuencia de conmutación, aumenta la probabilidad de que el convertidor entre en conducción continua.

13) En convertidores DC-DC Buck y Boost:

- A. Si trabajan en conducción discontinua, la tensión de salida no depende de la carga.
- B. Aumentar tensión de entrada significa aumentar la corriente de entrada.
- C. Aumentando el valor del inductor puede conseguirse que la tensión de salida sea independiente de la carga.
- D. Se puede reducir la frecuencia de conmutación para reducir el tamaño de los filtros (L's y C's) manteniendo las mismas especificaciones de rizado en la tensión de salida.



**SOLUCIÓN DEL TEST:**

1-A

2-D

3-B

4-A

5-A

6-D

7-D

8-A

9-A

10-A

11-A

12-D

13-C

## Examen Electrónica Industrial. Enero 2004

## TEST (30%)

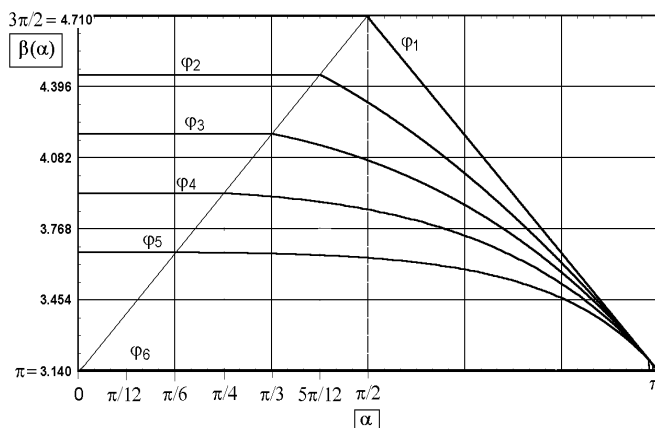
## NOTAS:

15) Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.

16) Cada respuesta errónea resta media respuesta acertada.

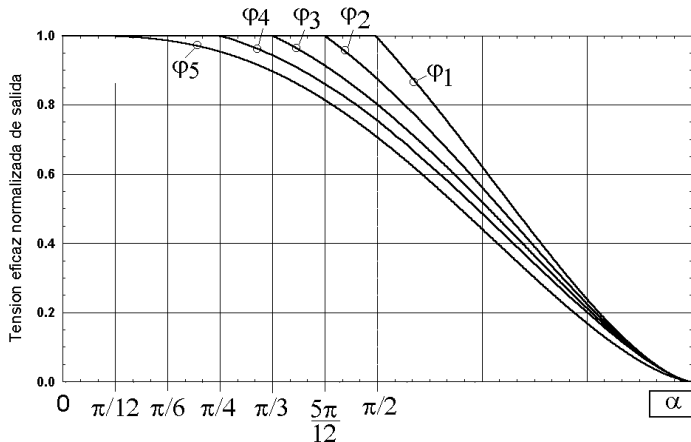
## REGULADORES AC-AC

- 1) En la siguiente figura se representa el ángulo de extinción  $\beta$  en régimen permanente en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador y como interruptor estático:



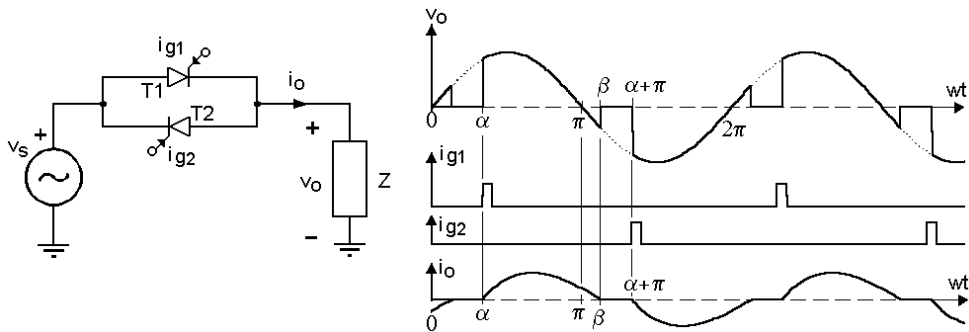
- A. La curva  $\varphi_6$  corresponde a carga inductiva pura.
- B. La curva  $\varphi_3$  corresponde a una carga que permite regulación de alterna con  $\alpha < \pi/3$ .
- C. La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
- D. La curva  $\varphi_3$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_3 = \pi/3$ .

- 2) En la siguiente figura se presenta la tensión eficaz de salida normalizada (respecto al valor eficaz de la tensión monofásica de entrada) en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador AC y como interruptor estático:



- A. Para regular la tensión alterna en la carga representada por  $\varphi_2$  se necesita un margen de variación de  $\alpha$  mayor que con la carga representada por  $\varphi_4$ .
- B. La curva  $\varphi_1$  permite regular la tensión alterna en la carga con  $\alpha < \pi/2$ .
- C. La curva  $\varphi_4$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_4 = \pi/4$ .
- D. La curva  $\varphi_5$  corresponde a carga inductiva pura.
- 3) En la figura de la cuestión 2) si el valor eficaz de la tensión de entrada es 220V:
- A. Con carga puramente resistiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha \geq \pi/2$ .
- B. Con carga puramente resistiva no se puede conseguir regulación de AC para  $\alpha < \pi/2$ .
- C. Con la carga representada por  $\varphi_4$  para regular desde 0V a 220V eficaces a la salida se debe disparar con un ángulo de disparo:  $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ .
- D. Con la carga representada por  $\varphi_3$  para regular desde 220V a 176V eficaces se debe disparar con un ángulo de disparo:  $\pi/3 \leq \alpha \leq \pi/2$ .

- 4) La figura mostrada a continuación presenta las formas de onda en un regulador de alterna monofásico:



- A. La carga  $Z$  es puramente resistiva.
- B. La carga  $Z$  conectada tiene carácter inductivo.
- C. Como el disparo es de corta duración, el regulador trabaja como rectificador controlado de media onda.
- D. El ángulo de disparo es menor que el ángulo de desfase de la carga.
- 5) Sea un convertidor Buck con una corriente de carga constante de  $I_O=10A$  y con un rizado de corriente en la bobina de  $\Delta I_L=1A$ . Despreciando las pérdidas, si el ciclo de trabajo es  $D=0.8$ :
- A. La corriente media en el transistor es de 1A.
- B. La corriente media en el diodo es de 2A.
- C. El convertidor trabaja en conducción discontinua.
- D. Hay que conocer el valor de la tensión de entrada y el de la frecuencia de conmutación para saber si el convertidor trabaja en conducción continua o discontinua.
- 6) En el convertidor descrito en la pregunta 4), si la tensión de entrada es  $V_i=100V$ :
- A. La tensión de salida es  $V_o=20V$ .
- B. La tensión de salida puede ser mayor que 100V si se hace trabajar al convertidor en conducción discontinua, lo que se puede conseguir disminuyendo la corriente de carga.
- C. La tensión de salida es  $V_o=80V$ .
- D. No se puede calcular la tensión de salida sin conocer el valor del inductor y de la frecuencia de conmutación.

7) Sea un convertidor Boost con una corriente media de entrada constante de  $I_i=10A$  y con un rizado de corriente en la bobina de  $\Delta I_L=2A$ . Despreciando las pérdidas, si el ciclo de trabajo es  $D=0.8$ :

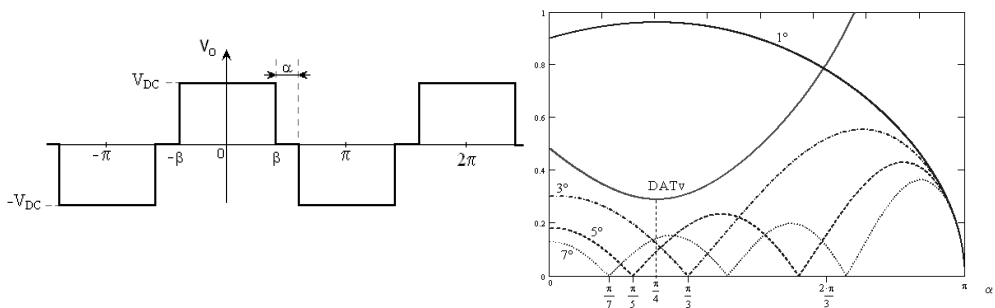
- A. La corriente media en el transistor es de 2A.
- B. La corriente media en el diodo es de 2A.
- C. El convertidor trabaja en conducción discontinua.
- D. La tensión de salida es menor que la de entrada.

8) La expresión de la mínima corriente de salida que debe entregar un convertidor Buck para trabajar en conducción continua es:

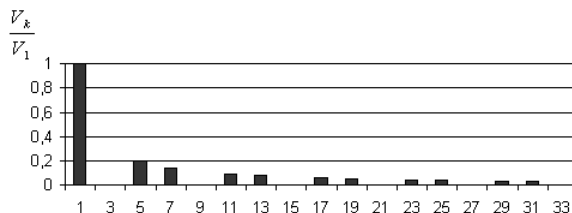
$$I_{o-min} = \frac{1}{2 \cdot f_s \cdot L} \cdot V_o \cdot \left(1 - \frac{V_o}{V_i}\right)$$

- A. Si la tensión de entrada,  $V_i$ , y la corriente de carga,  $I_o$ , son constantes, y si se tiene conducción continua para  $D=0.5$ , se tiene conducción continua para cualquier valor de  $D$ .
- B. Si la corriente de salida es inferior a  $I_{o-min}$ , la tensión de salida sólo depende del ciclo de trabajo y de la tensión de entrada.
- C. Si la tensión de entrada  $V_i$  es constante,  $I_{o-min}$  toma su valor máximo para ciclos de trabajo cercanos a 1,  $D=1$ .
- D. Si la tensión de entrada,  $V_i$ , es constante, el valor máximo de  $I_{o-min}$  tiene lugar para tensiones de entrada  $V_i \gg V_o$  (es decir, para ciclos de trabajo pequeños) y toma el valor:  $I_{o-min-max} = V_o / (2Lf_s)$ .

9) La figura presenta los valores eficaces de los armónicos de la tensión de salida, normalizados respecto al valor eficaz total,  $V_{K-RMS}/V_{RMS}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión.



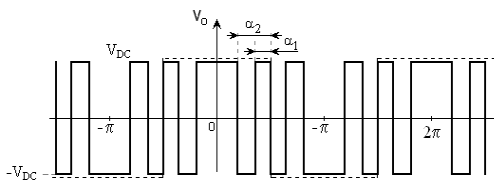
- A. Conviene elegir  $\alpha=\pi/3$  porque así se elimina el armónico de más baja frecuencia y mayor amplitud después del fundamental, minimizando la distorsión armónica total.
  - B. Para eliminar el armónico de orden 3, se puede elegir indistintamente  $\alpha=\pi/3$  o  $\alpha=\pi$ , sin que la elección entre un valor y el otro afecte al funcionamiento de la carga conectada al inversor.
  - C. De cara a reducir la distorsión armónica total de la tensión de salida,  $\text{DAT}_V$ , habría que disparar con  $\alpha=\pi/4$ , aunque ello no asegura la minimización del filtro de salida.
  - D. Se consigue maximizar el valor eficaz total de la tensión de salida con  $\alpha\approx\pi/4$ .
- 10) En la figura de la pregunta 9):
- A. Si se elige  $\alpha=\pi/3$  se elimina el armónico de más baja frecuencia después del fundamental, con lo que se facilita el diseño de un posible filtro de salida.
  - B. De la figura se deduce que se puede elegir cierto valor de  $\alpha$  para eliminar 2 armónicos.
  - C. Si se elige  $\alpha=\pi/4$ , se minimiza la distorsión de la tensión de salida, pero a costa de un término fundamental muy pequeño frente a la tensión eficaz total.
  - D. Se consigue minimizar el valor eficaz total de la tensión de salida con  $\alpha\approx\pi/4$ .
- 11) La siguiente figura representa el espectro de los armónicos de la tensión de salida normalizado respecto el valor eficaz del fundamental,  $V_{k\text{-RMS}}/V_{1\text{-RMS}}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión, cuya curvas características se presentan en la figura de la pregunta 9).



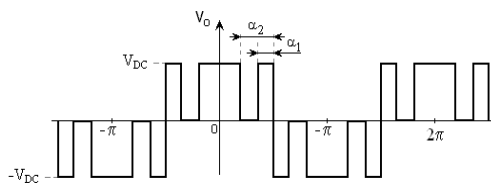
- A. La eliminación de los armónicos múltiplos de 3 se ha conseguido colocando diodos en antiparalelo con los transistores del puente.

- B. El valor eficaz del armónico de orden 5 es el 20% del valor eficaz total de la tensión de salida.
- C. El espectro corresponde a  $\alpha=\pi/3$ .
- D. El espectro corresponde al de la mínima distorsión de la tensión de salida.

12) En un inversor monofásico en puente completo con eliminación programada de los armónicos 3º y 5º se tienen dos posibilidades: introducción de ‘muecas’ bipolares, e introducción de muecas unipolares. Las siguientes figuras muestran la tensión de salida en ambos casos:



**Muecas bipolares**



**Muecas unipolares**

- A. Debido al tipo especial de modulación, no son necesarios diodos en antiparalelo con los transistores aunque las cargas sean inductivas.
  - B. Los valores de  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  para eliminar de los armónicos 3º y 5º son iguales en ambos casos.
  - C. El valor eficaz de tensión de salida es diferente si la carga es resistiva pura o RL serie.
  - D. Para el mismo valor de la tensión de entrada,  $V_{DC}$ , la tensión de salida con muecas unipolares tiene una menor distorsión armónica total que con muecas bipolares.
- 13) La siguiente tabla muestra la amplitudes de los armónicos de la tensión de salida normalizadas respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{AB-h}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$ orden del armónico h-ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor monofásico en puente con modulación PWM BIPOLAR con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero e impar), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$ ,  $m_f=31$ ,  $m_a=0.2$  y  $V_{DC}=300\text{V}$ :

$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$m_f$	1.242	1.15	1.006	0.818	0.601
$m_f \pm 2$	0.016	0.061	0.131	0.220	0.318
$m_f \pm 4$	-	-	-	-	0.018
$2m_f \pm 1$	0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m_f \pm 3$	-	0.024	0.071	0.139	0.212
$2m_f \pm 5$	-	-	-	0.013	0.033
$3m_f$	0.335	0.123	0.083	0.171	0.113
$3m_f \pm 2$	0.044	0.139	0.203	0.176	0.062
$3m_f \pm 4$	-	0.012	0.047	0.104	0.157
$3m_f \pm 6$	-	-	-	0.016	0.044
$4m_f \pm 1$	0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m_f \pm 3$	0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m_f \pm 5$	-	-	0.034	0.084	0.119
$4m_f \pm 7$	-	-	-	0.017	0.050

- A. Con  $m_a=0.2$  el armónico más cercano al fundamental tiene una amplitud menor que para el resto de valores de  $m_a$  de la tabla. En ese caso, la amplitud de ese armónico sería 4.8V y su frecuencia 1450Hz.
- B. Si se aumenta  $m_a$  a 1, el armónico más cercano al fundamental tiene mayor frecuencia y similar amplitud, por lo que es más fácil de filtrar.
- C. Si se aumenta  $m_a$  a 0.4, el armónico más cercano al fundamental es más fácil de filtrar.
- D. Si aumenta la frecuencia de la triangular se dificulta el filtrado de los armónicos.
- 14) La siguiente tabla muestra el valor eficaz de cada armónico de la tensión fase-fase normalizado respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{h-RMS}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$ orden del armónico h-ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor trifásico en puente con modulación PWM con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero, impar y múltiplo de 3), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$ ,  $m_f=33$ ,  $m_a=0.8$  y  $V_{DC}=540\text{V}$ :



$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_f \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_f \pm 4$	-	-	-	0.005	0.011
$2m_f \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_f \pm 5$	-	-	-	0.008	0.020
$3m_f \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_f \pm 4$	-	0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_f \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_f \pm 5$	-	-	0.021	0.051	0.073
$4m_f \pm 7$	-	-	-	0.010	0.030

- A. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene una frecuencia de 1550Hz y un valor eficaz de 72.9V.
- B. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene una frecuencia de 1450Hz y un valor eficaz de 2.7V.
- C. Si reduzco  $m_a$  a un valor  $m_a=0.6$ , el armónico de más baja frecuencia se sitúa a una frecuencia más cercana a la del fundamental.
- D. Si reduzco  $m_a$  a un valor  $m_a=0.6$ , aumenta el valor del fundamental.
- 15) En el inversor trifásico descrito por la tabla de la figura de la pregunta 14), si se trabaja con  $m_f=93$ ,  $m_a=1$  y  $V_{DC}=540V$ :
- A. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene un valor eficaz de 5.94V.
- B. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene un valor eficaz de 105.3V.
- C. El valor eficaz del fundamental de la tensión de una fase respecto el negativo de la tensión  $V_{DC}$  es de 330.48V.
- D. El valor eficaz del fundamental de la tensión de fase-fase es de 105.3V.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-D
- 2-C
- 3-D
- 4-B
- 5-B
- 6-C
- 7-B
- 8-A
- 9-C
- 10-A
- 11-C
- 12-D
- 13-A
- 14-B
- 15-A

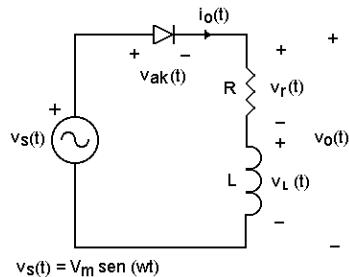
## Examen Electrónica Industrial. Junio 2004

## TEST (30%)

**NOTAS:**

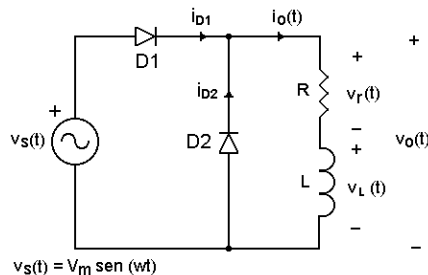
- 17) Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.
- 18) Cada pregunta acertada vale 1 punto. Cada respuesta errónea resta 0.5 puntos.

1) En el rectificador con carga RL de la figura:



- A. El valor medio de la tensión en la carga,  $V_o$ , no depende de  $L$ .
- B. Si se elige  $L$  lo suficientemente grande y  $R$  lo suficientemente pequeña, se puede conseguir que la corriente en la carga sea continua.
- C. Se puede asegurar que la corriente en la carga es discontinua.
- D. Con  $L=0$ , la tensión media en la carga es menor que con  $L \neq 0$ .

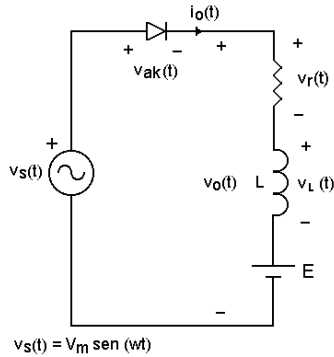
2) En el rectificador con carga RL de la figura:



- A. El valor medio de la tensión en la carga,  $V_o$ , depende de  $L$ .

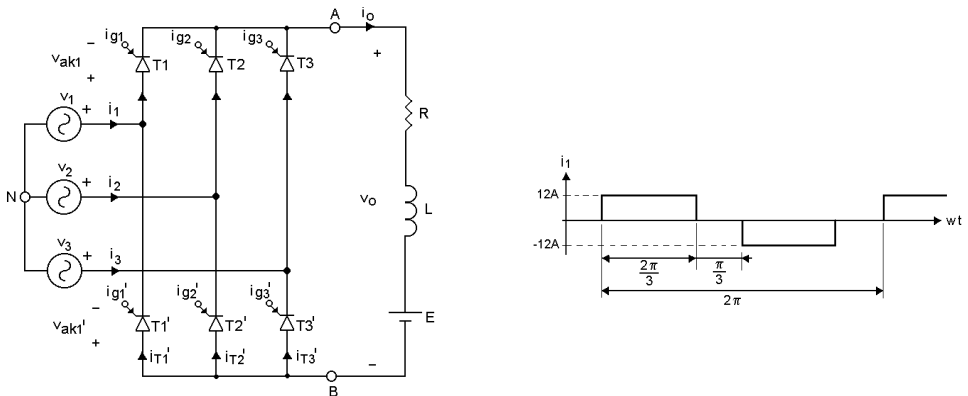
- B. Si se elige  $L$  lo suficientemente grande y  $R$  lo suficientemente pequeña, se puede conseguir que la corriente en la carga,  $i_o(t)$ , sea continua.
- C. La corriente en la carga,  $i_o(t)$ , es continua.
- D. Con  $L=0$ , la tensión media en la carga es menor que con  $L \neq 0$ .

3) En el rectificador con carga RLE de la figura:

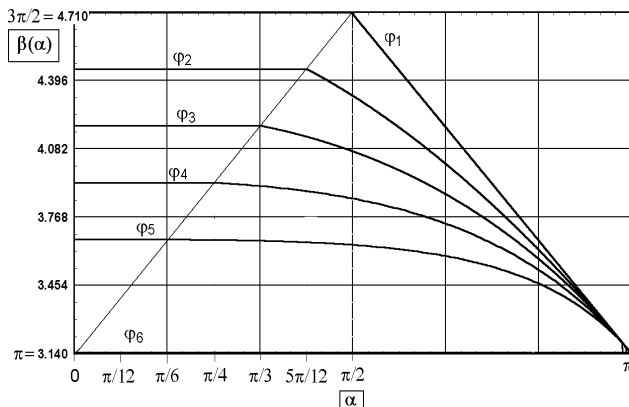


- A. El valor medio de la tensión en la carga,  $V_o$ , es seguro positivo si  $E < 0$ .
- B. Si  $E > 0$ , eligiendo  $L$  lo suficientemente grande y  $R$  lo suficientemente pequeña, se puede conseguir que la corriente en la carga,  $i_o(t)$ , sea continua.
- C. La corriente en la carga,  $i_o(t)$ , es seguro discontinua.
- D. Si  $E < 0$ , el rectificador puede trabajar en conducción continua.

4) En el rectificador con carga RLE de la figura se mide la corriente entregada por una de las fases (corriente de línea  $i_1(t)$ ), como muestra la parte derecha de la figura.



- A. El rectificador trabaja en conducción discontinua.
  - B. De la medida se deduce que  $\alpha=\pi/3$ .
  - C. La corriente media en cada tiristor es de 4A.
  - D. De la medida se deduce que  $E<0$ .
- 5) Un rectificador en puente trifásico controlado con carga fuertemente inductiva en conducción continua:
- A. Tiene peor factor de potencia con  $\alpha=0^0$  que con  $\alpha=30^0$ .
  - B. Las corrientes de línea tienen mayor distorsión con  $\alpha=30^0$  que con  $\alpha=0^0$ .
  - C. Tiene un factor de potencia unitario si  $\alpha=0^0$ .
  - D. Presenta una distorsión de la corriente de línea ( $DAT_i$ ) que no depende de la corriente media de carga.
- 6) En un regulador de alterna monofásico con carga R o RL serie:
- A. Cuanto mayor sea el ángulo de disparo mayor será el valor eficaz de la tensión de salida, siempre que este ángulo supere el de desfase de la carga.
  - B. El ángulo de extinción sólo depende del ángulo de disparo.
  - C. Cada tiristor se dispara a 100Hz si la red es de 50Hz.
  - D. Con carga RL serie el ángulo de extinción es mayor que con carga R.
- 7) En la siguiente figura se representa el ángulo de extinción  $\beta$  en régimen permanente en función del ángulo de disparo  $\alpha$  para diferentes ángulos de desfase de la carga  $\varphi$  en un regulador de alterna monofásico con carga RL serie genérica que puede funcionar como regulador y como interruptor estático:

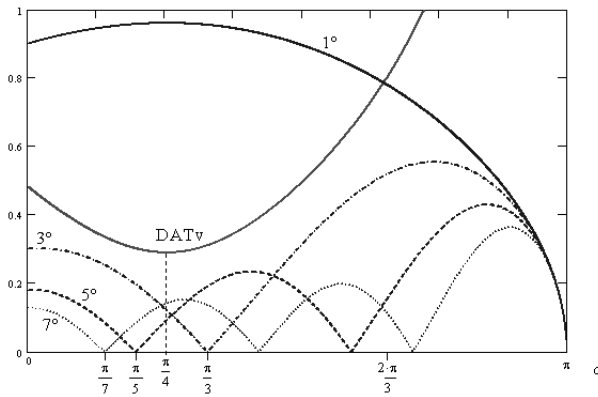


- A. La curva  $\varphi_4$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_4 = \pi + \pi/4 = 5\pi/4$ .
  - B. La curva  $\varphi_2$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_2 = 5\pi/12 + \pi/2 = 11\pi/12$ .
  - C. La curva  $\varphi_1$  corresponde a carga resistiva pura.
  - D. La curva  $\varphi_2$  corresponde a un ángulo de desfase de la carga  $\varphi_2 \approx 5\pi/12$ .
- 8) La expresión de la mínima corriente de salida que debe entregar un convertidor Boost para trabajar en conducción continua es:

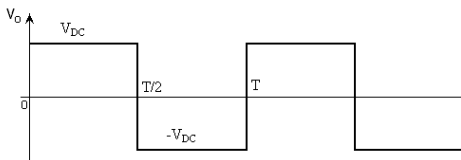
$$I_{o-min} = \frac{1}{2 \cdot f_s \cdot L} \cdot \frac{V_i^2}{V_o} \cdot \left( 1 - \frac{V_i}{V_o} \right)$$

- A. Si la tensión de salida,  $V_o$ , y la corriente de carga,  $I_o$ , son constantes, y si se tiene conducción continua para  $D=1/2$ , se tiene conducción continua para cualquier valor de  $D$ .
  - B. Si la tensión de salida,  $V_o$ , y la corriente de carga,  $I_o$ , son constantes, y si se tiene conducción continua para  $D=1/3$ , se tiene conducción continua para cualquier valor de  $D$ .
  - C. Si la tensión de salida,  $V_o$ , es constante,  $I_{o-min}$  toma su valor máximo para ciclos de trabajo cercanos a la unidad,  $D=1$ .
  - D. Si la tensión de entrada,  $V_i$ , es constante, el valor máximo de  $I_{o-min}$  tiene lugar para tensiones de entrada  $V_i \gg V_o$ .
- 9) En convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. Si trabajan en conducción continua, al aumentar el valor de  $L$  disminuye el rizado en la tensión de salida.
  - B. Si trabajan en conducción continua, el rizado en la tensión de salida no depende de la carga.
  - C. En el Boost el rizado de la tensión de salida disminuye al disminuir la corriente de carga.
  - D. En el Buck en conducción continua el rizado de la tensión de salida aumenta al aumentar la corriente de carga.
- 10) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente media de salida en un Boost es menor que la corriente media en el inductor.

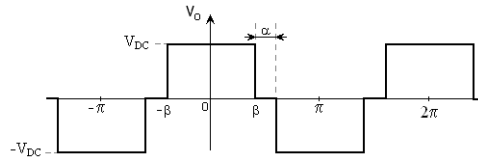
- B. La corriente media de salida en un Buck es menor que la corriente media en el inductor.
  - C. Si  $L$  es lo suficientemente grande, la corriente en el diodo de un Boost puede ser continua.
  - D. Cuanto mayor es la capacidad de salida, mayor el rizado de la tensión de salida.
- 11) La figura superior presenta el espectro normalizado,  $V_{K-RMS}/V_{RMS-total}$  (respecto al valor eficaz total,  $V_{RMS-total}$ ), correspondiente a dos maneras de modular la tensión de salida en un inversor en puente completo, mostradas en la figuras inferiores A y B:



**A**

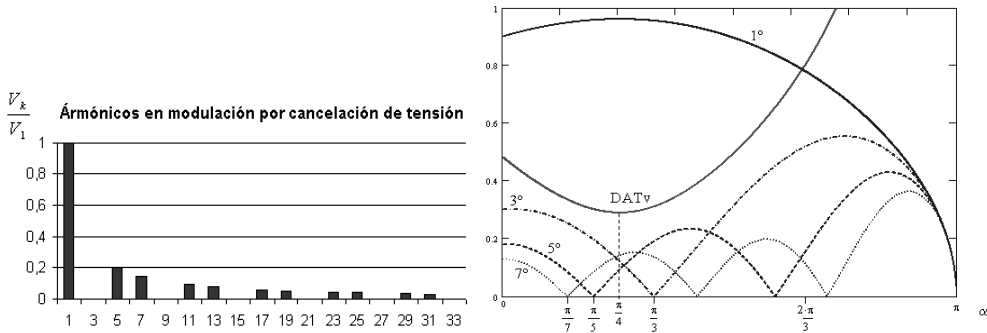


**B**



- A. Con la modulación de la onda A, el valor eficaz de la tensión de salida es menor.
- B. Con la modulación de la onda B se puede eliminar el 3<sup>er</sup> armónico a costa de una distorsión armónica total mayor que la de la onda A.
- C. La distorsión armónica de la onda B es menor que la de A para  $0 < \alpha \leq \pi/3$ , a costa de un menor valor eficaz total.
- D. Con la onda B, una buena idea para reducir la distorsión de la tensión de salida sería elegir un valor de  $\alpha$  cercano a  $\pi$ .

12) La figura de la derecha representa el espectro de los armónicos de la tensión de salida normalizado respecto el valor eficaz del fundamental,  $V_{K-RMS}/V_{1-RMS}$ , en función del parámetro  $\alpha$  en un inversor monofásico modulado por cancelación de tensión. La figura de la izquierda muestra el espectro normalizado,  $V_{K-RMS}/V_{RMS-total}$  (respecto al valor eficaz total,  $V_{RMS-total}$ ), para un cierto valor de  $\alpha$ .



- A. La eliminación de los armónicos múltiplos de 3 se ha conseguido colocando diodos en antiparalelo con los transistores del puente.
  - B. El valor eficaz del armónico de orden 5 es el 20% del valor eficaz total de la tensión de salida.
  - C. El espectro corresponde al de la mínima distorsión de la tensión de salida.
  - D. El espectro corresponde a  $\alpha=\pi/3$ .
- 13) La siguiente tabla muestra la amplitud normalizada de los armónicos de la tensión de salida,  $V_{o-h}$  ( $h$ =orden del armónico  $h$ -ésimo del fundamental), respecto la tensión de entrada,  $V_{DC}$ , en un inversor monofásico en puente completo con modulación PWM unipolar. Es decir la tabla muestra:  $V_{o-h}/V_{DC}$ , siendo  $h=f_h/f_1$ .

$h=f_h/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$2m \pm 1$	0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m \pm 3$	-	0.024	0.071	0.139	0.212
$2m \pm 5$	-	-	-	0.013	0.033
$4m \pm 1$	0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m \pm 3$	0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m \pm 5$	-	-	0.034	0.084	0.119
$4m \pm 7$	-	-	-	0.017	0.050



Se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$  (frecuencia del fundamental),  $m_f=15$ ,  $m_a=0.8$  y  $V_{DC}=300\text{V}$ . Se requiere especificar un filtro para que la amplitud de ninguno de los armónicos exceda del 5% de la del fundamental.

- A. El armónico  $27^{\circ}$  debe ser atenuado por un factor 0.127 (el filtro debe multiplicar su amplitud por 0.127).
  - B. El armónico  $25^{\circ}$  no necesita ser atenuado (el filtro no necesita atenuar esas frecuencias).
  - C. El armónico  $29^{\circ}$  debe ser atenuado por un factor 0.288 (el filtro debe multiplicar su amplitud por 0.288).
  - D. El valor eficaz de la tensión de salida sin filtrar es de 240V.
- 14) En inversores PWM, si se trabaja con índices de modulación en amplitud,  $m_a > 1$ :
- A. Se mejora la distorsión de la tensión de salida respecto a trabajar con  $m_a < 1$ .
  - B. Se consigue anular los armónicos impares de la tensión de salida.
  - C. Disminuye el valor eficaz del fundamental de la tensión de salida respecto a trabajar con  $m_a < 1$ .
  - D. Aparecen armónicos de baja frecuencia (comparada con la frecuencia de conmutación de los transistores), de frecuencias múltiplos del fundamental ( $3^{\text{er}}$ ,  $5^{\circ}$ ,  $7^{\circ}$ , armónico, etc.), de manera que se necesita un filtro mayor que en caso  $m_a < 1$ .
- 15) La siguiente tabla muestra el valor eficaz de cada armónico de la tensión fase-fase normalizado respecto la tensión continua de entrada,  $V_{DC}$ , ( $V_{h\text{-RMS}}/V_{DC}$ ,  $h=f_h/f_1 \equiv$ orden del armónico h-ésimo respecto la frecuencia del fundamental) en un inversor trifásico en puente con modulación PWM con  $m_f \geq 9$  ( $m_f$  entero, impar y múltiplo de 3), válida para  $m_a \leq 1$ . Si se trabaja con  $f_1=50\text{Hz}$ ,  $m_f=93$ ,  $m_a=0.6$  y  $V_{DC}=100\text{V}$ :

$h=f_r/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.122	0.245	0.367	0.490	0.612
$m_r \pm 2$	0.010	0.037	0.080	0.135	0.195
$m_r \pm 4$	-	-	-	0.005	0.011
$2m_r \pm 1$	0.116	0.200	0.227	0.192	0.111
$2m_r \pm 5$	-	-	-	0.008	0.020
$3m_r \pm 2$	0.027	0.085	0.124	0.108	0.038
$3m_r \pm 4$	-	0.007	0.029	0.064	0.096
$4m_r \pm 1$	0.100	0.096	0.005	0.064	0.042
$4m_r \pm 5$	-	-	0.021	0.051	0.073
$4m_r \pm 7$	-	-	-	0.010	0.030

- A. El armónico de la tensión fase-fase de más baja frecuencia después del fundamental tiene un valor eficaz de 8V, y una frecuencia de 4550Hz.
- B. El armónico de la tensión fase-fase más difícil de filtrar es seguro el de frecuencia 9250Hz, y tiene un valor eficaz de 22.7V.
- C. El valor eficaz de la tensión fase-fase es de 36.7V.
- D. El valor medio del fundamental de la tensión de fase-fase es de 36.7V.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-C
- 2-B
- 3-D
- 4-C
- 5-D
- 6-D
- 7-D
- 8-B
- 9-C
- 10-A
- 11-C
- 12-D
- 13-B
- 14-D
- 15-A

**Examen Electrónica Industrial. Septiembre 2004**

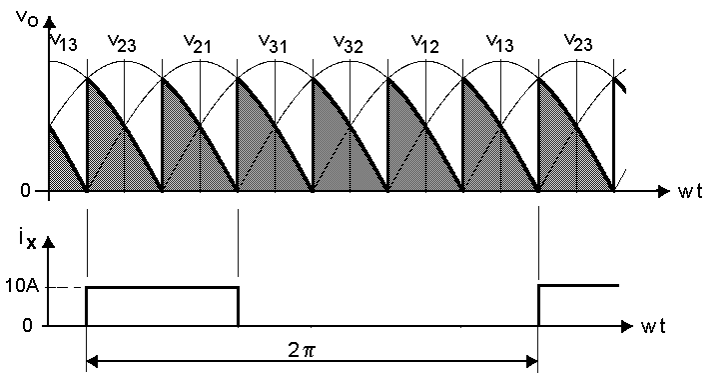
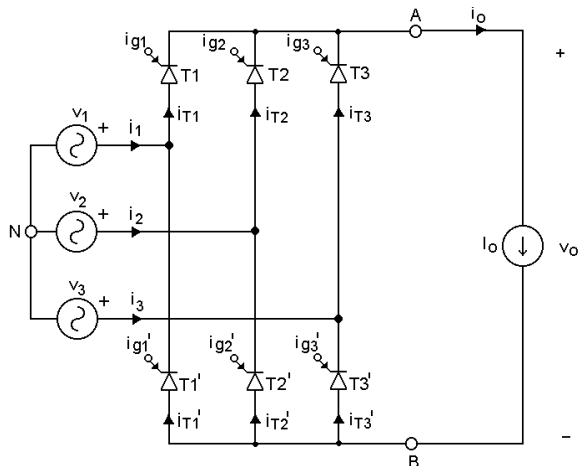
**TEST (30%)**

**NOTAS:**

19) Contestad 10 preguntas de las 15 del test. Si se contestan más de 10, sólo se corregirán las 10 primeras respuestas.

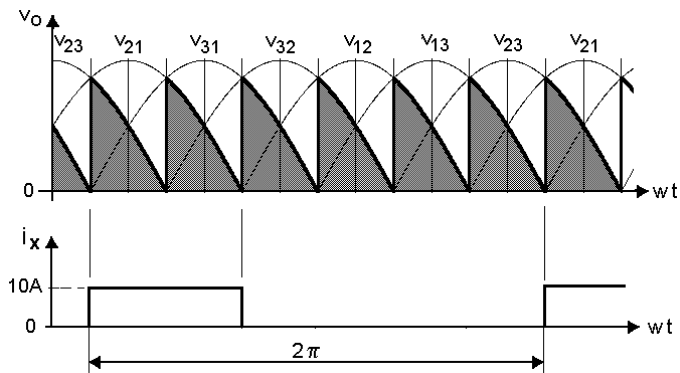
20) Cada pregunta acertada vale 1 punto. Cada respuesta errónea resta 0.5 puntos.

1) En el rectificador con carga fuertemente inductiva ( $I_o=10A$ ) de la figura se miden las formas de onda de la tensión de salida,  $v_o$ , y de cierta corriente  $i_x$ .



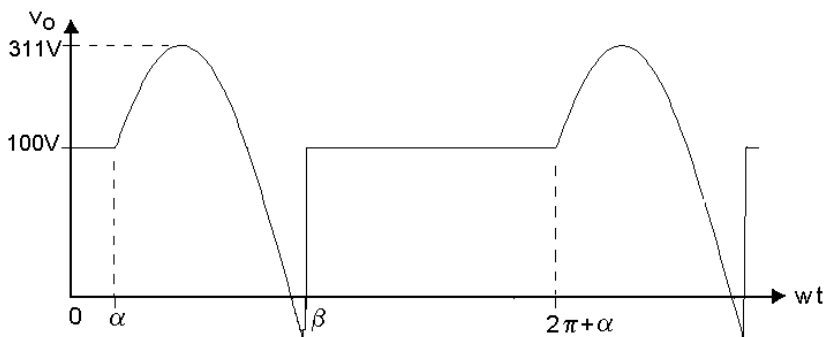
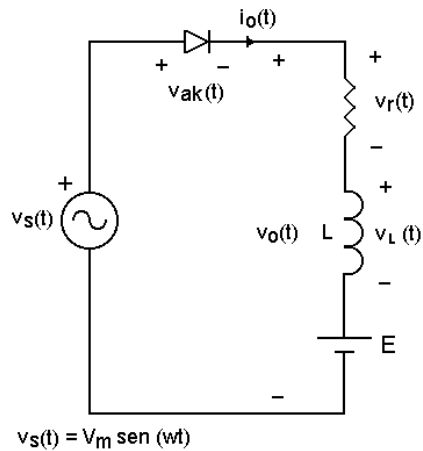
- A. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente de la fase 2,  $i_2$ .
- B. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente de la fase 1,  $i_1$ .
- C. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente por el tiristor T3',  $i_{T3'}$ .
- D. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente por el tiristor T1,  $i_{T1}$ .

2) En el rectificador de la cuestión 1) se miden las formas de onda de la tensión de salida,  $v_o$ , y de cierta corriente  $i_x$ , que se muestran a continuación:



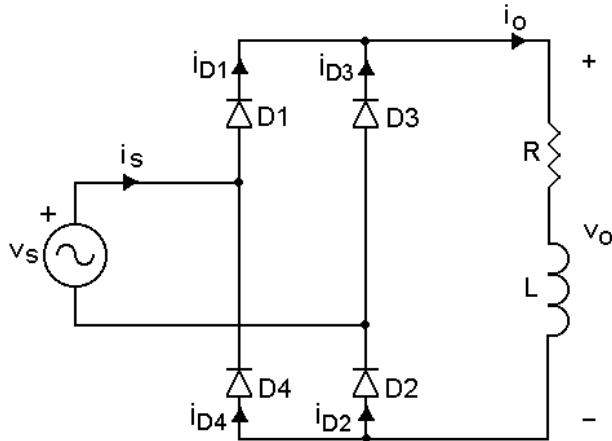
- A. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente de la fase 1,  $i_1$ .
- B. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente por el tiristor T2,  $i_{T2}$ .
- C. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente por el tiristor T1,  $i_{T1}$ .
- D. La corriente  $i_x$  corresponde a la corriente por el tiristor T1',  $i_{T1'}$ .

- 3) En el rectificador con carga RLE de la figura se mide la tensión de salida en régimen permanente, tal y como se muestra:



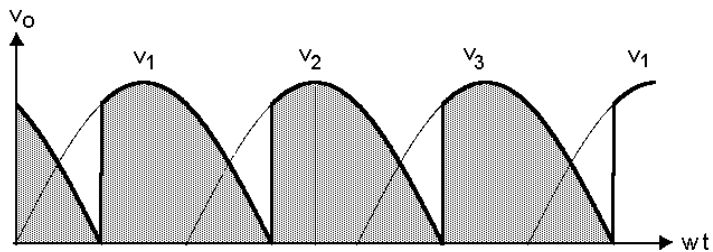
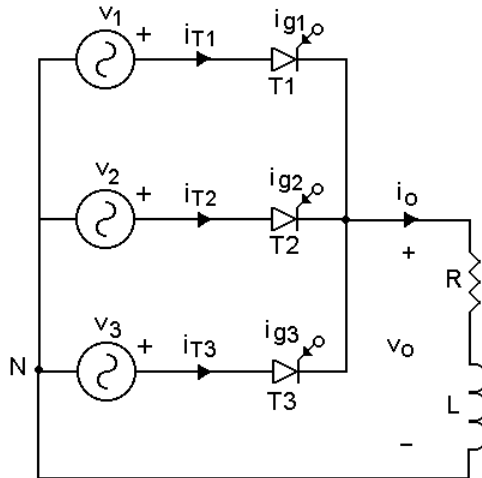
- A. El valor eficaz de la tensión de salida,  $v_o(t)$ , es de 311V.  
 B. El valor eficaz de la tensión de entrada,  $v_s(t)$ , es de 311V.  
 C. La corriente en la carga,  $i_o(t)$ , es seguro continua.  
 D. Se puede asegurar que  $E=100V$ .

- 4) En el rectificador con carga RL de la figura, teniendo R y L valores finitos no nulos:



- A. El rectificador trabaja en conducción discontinua para pequeños valores de L.  
 B. La corriente en la carga,  $i_o$ , es continua en régimen permanente.  
 C. La corriente de línea,  $i_s$ , es senoidal.  
 D. Para hallar el valor medio de la tensión de salida,  $V_o$ , a partir de  $v_s(t)$  es necesario conocer los valores de R y L.

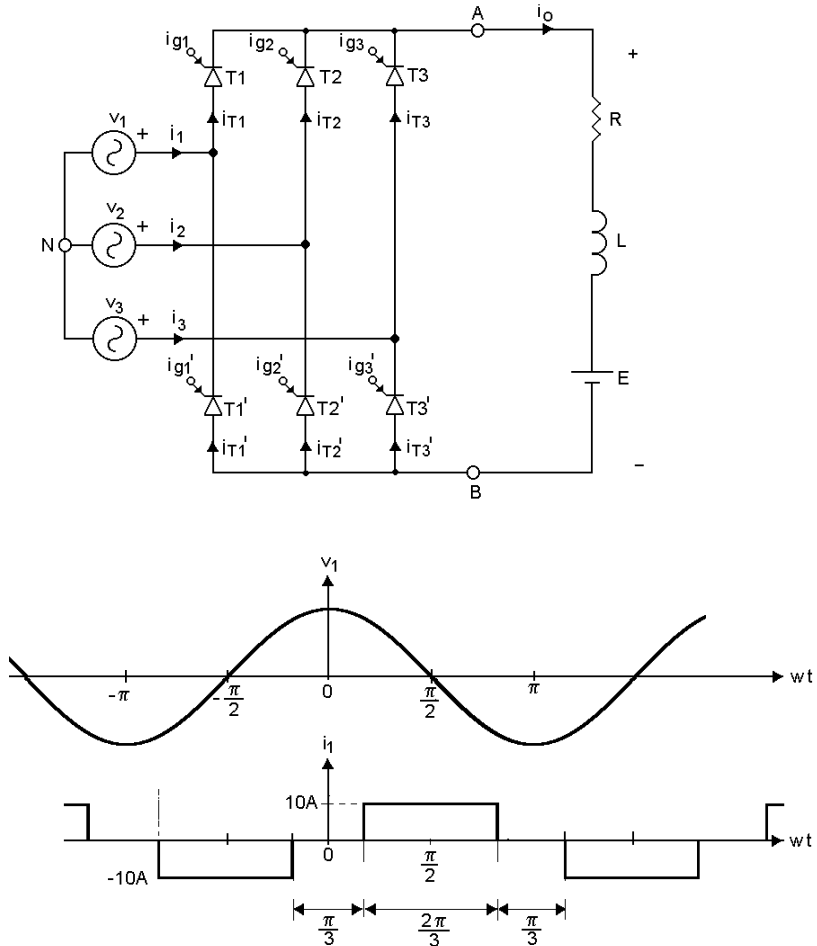
- 5) En el rectificador controlado con carga RL de la figura (R y L son valores finitos no nulos) se mide la tensión de salida en régimen permanente, según se muestra:



- A. El valor medio de la tensión de salida depende de R y L.  
 B. De la medida se deduce que  $\alpha = \pi/3$ .  
 C. A corriente de carga es continua para cualquier valor de R y L.  
 D. De la medida se deduce que si se disminuye L la corriente en la carga pasa a ser discontinua.

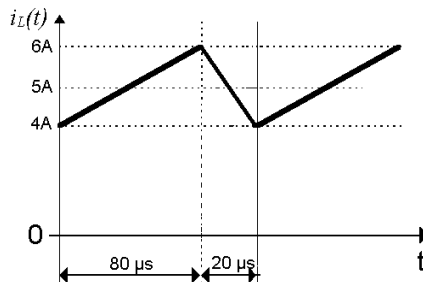


- 6) En el rectificador de la figura se mide la tensión de la fase 1,  $v_1(t)$ , y la corriente entregada por esa fase,  $i_1(t)$ , tal como muestra la parte inferior de la figura.



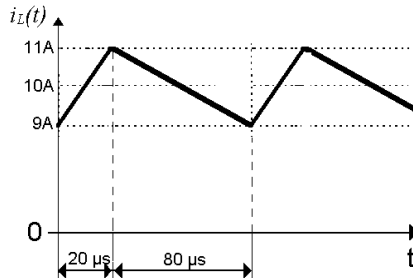
- A. El rectificador trabaja en conducción discontinua.
- B. De la medida se deduce que  $\alpha = \pi/2$ .
- C. La corriente media en cada tiristor es de 4A.
- D. De la medida se deduce que  $E > 0$ .

- 7) Un rectificador en puente trifásico controlado con carga fuertemente inductiva en conducción continua:
- Tiene mejor factor de potencia con  $\alpha=0^0$  que con  $\alpha=90^0$ .
  - Las corrientes de línea tienen menor distorsión ( $DAT_i$ ) con  $\alpha=30^0$  que con  $\alpha=0^0$ .
  - Mejora su factor de potencia al aumentar la inductancia de carga.
  - Presenta una distorsión de la corriente de línea ( $DAT_i$ ) que depende del ángulo de disparo.
- 8) En un rectificador trifásico en puente completo totalmente controlado con carga RLE:
- Al aumentar el ángulo de disparo, se facilita funcionamiento en conducción continua.
  - El rizado de la tensión de salida es de 150Hz si la red es de 50Hz.
  - Cada tiristor se dispara a 300Hz si la red es de 50Hz.
  - Si  $E=0$  y  $\alpha \leq \pi/3$ , se puede asegurar que trabaja en conducción continua en régimen permanente.
- 9) En un convertidor DC-DC BUCK se ha medido la corriente en el inductor, mostrada en la siguiente figura:



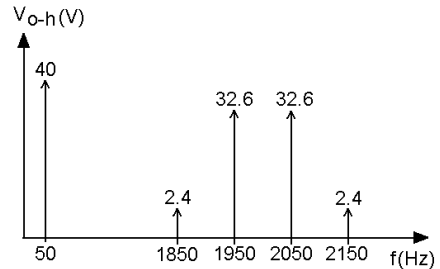
- Si  $L=100\mu s$ , entonces la tensión de entrada vale:  $V_i=10V$ .
- Si  $L=100\mu s$ , entonces la tensión de salida vale:  $V_O=10V$ .
- Si  $L=100\mu s$ , entonces la tensión de salida vale:  $V_O=12.5V$ .
- Conociendo el valor de  $L=100\mu s$ , no se puede hallar el valor de la tensión de entrada.

- 10) En un convertidor DC-DC BOOST se ha medido la corriente en el inductor (de valor  $L=100\mu\text{H}$ ), mostrada en la siguiente figura:

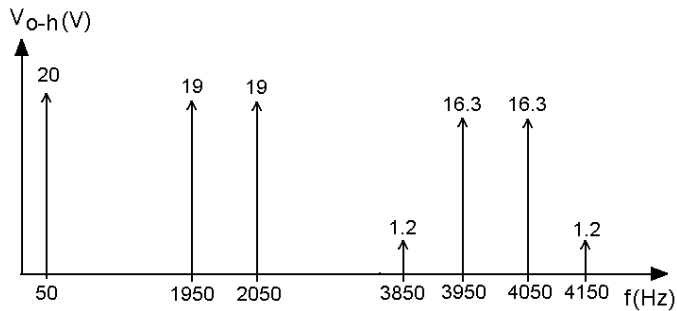


- A. El valor medio de la corriente de salida vale:  $I_o=10\text{A}$ .
- B. La tensión de salida vale:  $V_o=10\text{V}$ .
- C. Con los datos disponibles no se puede calcular el valor medio de la tensión de salida.
- D. La tensión de entrada vale:  $V_i=10\text{V}$ .
- 11) Sobre convertidores DC-DC Buck y Boost:
- A. La corriente media de entrada en un Boost es mayor que la corriente media en el inductor.
- B. La corriente media de entrada en un Buck es mayor que la corriente media de salida.
- C. Si la frecuencia de conmutación es lo suficientemente grande, la corriente en el diodo de un Boost puede ser continua.
- D. Cuanto mayor es la capacidad de salida, menor es el rizado de la tensión de salida.
- 12) La siguiente tabla muestra la amplitud normalizada de los armónicos de la tensión de salida,  $V_{o-h}$  ( $h$ =orden del armónico  $h$ -ésimo del fundamental), respecto a la tensión de entrada,  $V_{DC}$ , en un inversor monofásico en puente completo con modulación PWM unipolar. Es decir la tabla muestra:  $V_{o-h}/V_{DC}$ , siendo  $h=f_i/f_1$ . La tabla es válida para un índice de modulación en frecuencia  $m_f \geq 10$  entero y par.
- A la derecha de la tabla se muestra la medida del espectro de baja frecuencia de la tensión de salida de un inversor como el descrito anteriormente. Se representan las amplitudes del fundamental ( $V_{o-1}$ ) y las de los 4 primeros armónicos de la tensión de salida. La tensión de entrada es  $V_{DC}=100\text{V}$ .

$h=f_n/f_1$	$m_a$				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1
1	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$2m \pm 1$	0.190	0.326	0.370	0.314	0.181
$2m \pm 3$	-	0.024	0.071	0.139	0.212
$2m \pm 5$	-	-	-	0.013	0.033
$4m \pm 1$	0.163	0.157	0.008	0.105	0.068
$4m \pm 3$	0.012	0.070	0.132	0.115	0.009
$4m \pm 5$	-	-	0.034	0.084	0.119
$4m \pm 7$	-	-	-	0.017	0.050



- A. El índice de modulación en amplitud es  $m_a=0.6$ .
- B. El inversor no presenta sobremodulación.
- C. El índice de modulación en frecuencia es  $m_f=37$ .
- D. El valor eficaz de la tensión de salida sin filtrar es de 40V.
- 13) En el inversor de la cuestión 12) se diseña un filtro paso-bajo para que a su salida la amplitud de ningún armónico supere el 5% de la amplitud del fundamental
- A. Si se reduce el índice de modulación en frecuencia,  $m_f$ , se facilitará el filtrado.
- B. El filtro paso bajo cumplirá con su objetivo si atenúa los 1850Hz en un factor 0.8333 y los 1950Hz en un factor 0.0614.
- C. Si se disminuye la frecuencia de conmutación, se facilitará el filtrado.
- D. Si se trabaja con un índice de modulación en amplitud  $m_a>1$  se facilita el filtrado.
- 14) La siguiente figura muestra la medida del espectro de baja frecuencia de la tensión de salida de un inversor en puente con modulación PWM unipolar. Se representan las amplitudes del fundamental ( $V_{o-1}$ ) y las de los 6 primeros armónicos de la tensión de salida. La tensión de entrada es  $V_{DC}=100V$ . Para el análisis de los armónicos se utiliza la tabla de la cuestión 12).



- A. El armónico más difícil de filtrar es el de 3950Hz.
- B. Faltan datos para deducir el índice de modulación en amplitud,  $m_a$ .
- C. El inversor trabaja en sobremodulación, pues los armónicos más cercanos al fundamental tienen una amplitud similar.
- D. El índice de modulación en frecuencia es  $m_f=20$ .
- 15) En el inversor de la cuestión 14), recordando que se define la distorsión armónica de la tensión de salida como  $DA_{TV}(\%)=100 \times (V_{RMS}^2 - V_{1-RMS}^2)^{1/2} / V_{1-RMS}$ :
- A. La distorsión armónica de la tensión de salida será mayor o igual que el 177%.
- B. La distorsión armónica de la tensión de salida no supera el 100%.
- C. La distorsión armónica de la tensión de salida no supera el 50%.
- D. La distorsión es tan alta que con modulación por onda cuadrada resultaría un filtro de salida de menor tamaño.

**SOLUCIÓN DEL TEST:**

- 1-C
- 2-B
- 3-D
- 4-B
- 5-C
- 6-B
- 7-A
- 8-D
- 9-B
- 10-D
- 11-D
- 12-B
- 13-B
- 14-D
- 15-A