



Trabajo Práctico N.º 1: Álgebra de los Números Complejos

1) Sea $z = a + bi$, donde $a, b \in \mathbb{R}$. Expresar cada una de las siguientes cantidades únicamente en términos de a y b :

a) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right)$

b) $\operatorname{Re}\left((z + i)^2\right)$

c) $\operatorname{Im}(3z - 2\bar{z} + 5i)$

d) $\operatorname{Re}(z\bar{z} + z^2)$

2) Determinar el módulo, el argumento y expresar cada uno de los siguientes números complejos en forma polar o trigonométrica:

a) $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$

b) $z_2 = -\sqrt{3} + i$

c) $z_3 = -2 - 2\sqrt{3}i$

d) $z_4 = -\frac{7}{2}i$

3) Escriba las siguientes expresiones en la forma $a + bi$, donde a y b son números reales:

a) e^{-2+3i}

b) $e^{\frac{2}{1+i}}$

4) Obtenga las raíces y ubíquelas en una circunferencia adecuada centrada en el origen.

a) $\sqrt[5]{1-i}$

b) $\sqrt[4]{-3+4i}$

c) $(-\sqrt{3}+i)^{\frac{1}{3}}$



5) Obtener la expresión general, calcular el VP de los siguientes logaritmos y graficar:

- a) $\text{Ln}(-3)$
- b) $\text{Ln}(2 - 2i)$
- c) $\text{Ln}(-5i)$
- d) $i \text{Ln}(3i)$

6) Obtener el valor numérico y expresarlo en forma cartesiana.

- a) $\cos(1 - 2i) + i \sin(2i)$
- b) $\sin^2(1 + i) + \cos^2(1 + i)$

7) Representar en el plano complejo las siguientes regiones:

- a) $\text{Im}(z) < -1$
- b) $-2 \leq \text{Re}(z + 2) < 3$
- c) $|z - (1 + 2i)| \leq 3$
- d) $|z + 2i| > 4$
- e) Los puntos de una región anular centrada en $-2 + i$ con radio interior 1 y radio exterior 3. Incluir los puntos de la frontera interior y excluir los puntos de la frontera exterior. Equivalentemente $1 \leq |z - (-2 + i)| < 3$

8) En un circuito serie RLC, los componentes tienen los siguientes valores:

$$R = 15 \, \Omega$$

$$L = 0.8 \, H$$

$$C = 100 \, \mu F$$

El circuito es alimentado por una fuente de tensión:

$$E = 180 \angle 0^\circ \, V$$

con una frecuencia $f = 60 \, Hz$



- a) Hallar la impedancia equivalente y la admitancia equivalente del circuito.
 - b) Determinar el valor de la corriente total del circuito.
 - c) Calcular la caída de tensión en cada uno de los componentes.
- 9) Para un circuito paralelo formado por una rama R-L en serie y una rama capacitiva, se tienen los siguientes valores:

$$E = 150 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$R = 25 \, \Omega$$

$$L = 0.6 \text{ H}$$

$$C = 80 \, \mu\text{F}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

- a) Hallar la impedancia equivalente del circuito y determinar el valor de la corriente total.
- b) Hallar la caída de tensión en la resistencia que se encuentra en serie con la inductancia.
- c) Obtener la admitancia equivalente del circuito:

$$Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}}$$